

**FACULDADES INTEGRADAS REGIONAIS DE AVARÉ**

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**JOSÉ LEONARDO LOUBET GUASSU**

**UMA REVISITAÇÃO À TEORIA DOS VAN HIELE, O DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

AVARÉ - SP

2021

**JOSÉ LEONARDO LOUBET GUASSU**

**UMA REVISITAÇÃO À TEORIA DOS VAN HIELE, O DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à  
Coordenação de Curso de Licenciatura em  
Ensino de Matemática na Faculdades Integradas  
Regionais de Avaré, FIRA, como requisito  
parcial à obtenção do certificado de Licenciado  
no Ensino da Matemática.

Orientadora: Prof. Esp. Cáthia de Oliveira  
Pinterich Biazon

AVARÉ - SP

2021

## RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso, tem o intuito de demonstrar a teoria de Van Hiele e teve como fator determinante o estudo do princípio básico da aprendizagem impulsionado pelo desenvolvimento. Este estudo enfoca a respeito das relações interativas sobre os processos de mediação que terão como resultados a aquisição do conhecimento. A metodologia utilizada é qualitativa.

**Palavras-chave:** Matemática. Geometria. Van Hiele.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>5</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>6</b>
<b>2.1 A TEORIA DE VAN HIELE.....</b>	<b>6</b>
<b>2.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2.1 GRÁFICOS.....</b>	<b>10</b>
<b>2.3 FORMA PADRÃO.....</b>	<b>12</b>
<b>2.4 MÉTODO ALTERNATIVO PARA ENCONTRAR O VÉRTICE.....</b>	<b>14</b>
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>16</b>
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>17</b>
<b>5 REFERÊNCIAS.....</b>	<b>18</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Pode-se compreender que quando é feita uma pesquisa, lança-se a visão curiosa direcionada a um objeto, ao se verificar os possíveis entendimentos e compreensões sobre a reflexão do contexto real que é aparente na nossa frente, buscando se aprofundar em um questionamento traz inquietação na mente pensante.

Pode-se definir a compreensão que o agente dotador da pesquisa é aquele que pode ter equiparação de um caçador, que tem a carência de obter a compreensão do seu questionamento, e toda pesquisa é iniciada por uma questão que propicia a busca pelo conhecimento, este pode ser denominado como a presa do pesquisador inquietante na sua proposta do saber.

A teoria de Van Hiele teve origem nas respectivas dissertações de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre van Hiele na Universidade de Utrecht, Holanda em 1957. Dina infelizmente faleceu logo após a conclusão de sua dissertação, e Pierre foi quem desenvolveu e disseminou a teoria mais tarde em publicações.

Embora a dissertação de Pierre tentasse principalmente explicar por que os alunos deveriam experimentar através dos problemas no ensino de geometria (neste aspecto, era explicativo e descritivo).

A dissertação de Dina era sobre um experimento de ensino e, nesse sentido, é mais prescritiva quanto à ordenação dos conteúdos de geometria e atividades de aprendizagem dos alunos.

A característica mais óbvia da teoria é a distinção de cinco pensamentos discretos em níveis no que diz respeito ao desenvolvimento da compreensão dos alunos da geometria. Quatro importantes características da teoria são resumidas da seguinte forma por Usiskin (1982: 4):

- Ordem fixa - a ordem em que os alunos progredem através dos níveis de pensamento é invariante. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível  $n$  sem ter passado pelo nível  $n-1$ .
- Adjacência - em cada nível de pensamento aquilo que era intrínseco ao nível anterior torna-se extrínseco no nível atual.
- Distinção - Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e rede própria de relacionamentos conectando esses símbolos.
- Separação - duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes não conseguem entender cada uma de outro

Neste sentido, busca focar à respeito das relações interativas sobre os processos de mediação que terão como resultados a aquisição do conhecimento. A metodologia utilizada é qualitativa. Além disso, será realizado o Estudo Caso de explanação da aula: O estudo de caso pode ser considerado como um método qualitativo que visa em aprofundamento da unidade individual. Tem o intuito de responder questões que o pesquisador não tem muito conhecimento e nem controle sobre o objeto do estudo.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Pode-se constatar que o Modelo de Van Hiele retrata o pensamento da criança com a Geometria. Portanto este teórico baseia-se em cinco níveis de aprendizagem da Geometria segue a seguir.

Quadro 1: Níveis de Compreensão do Modelo de van Hiele. Fonte: Nasser, 2010 p.7.

NÍVEIS DE COMPREENSÃO	CARACTERÍSTICAS
NÍVEL 1 - Visualização ou Reconhecimento	- Reconhece visualmente uma figura geométrica; - Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; - Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura
NÍVEL 2 – Análise	- Identifica as propriedades de uma determinada figura; - Não faz inclusão de classes.
NÍVEL 3 - Dedução Informal ou Ordenação	- Já é capaz de fazer a inclusão de classes; - Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
NÍVEL 4 - Dedução Formal	- É capaz de fazer provas formais; - Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
NÍVEL 5 – Rigor	- É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas; - É neste nível que as geometrias não-euclidianas são compreendidas.

Dessa forma, será demonstrado a seguir sobre as funções quadráticas, e a sua relação com os níveis de acordo os pensamentos de Van Hiele.

### 2.1 A TEORIA DE VAN HIELE

Segundo Villiers (1996), a principal razão do fracasso no currículo tradicional de geometria foi atribuída pelo casal Van Hiele, ao fato de que os conteúdos são apresentados em um nível mais elevado do que os alunos possam compreender. Sobre o compreender os problemas de desenvolvimento cognitivo, Vergnaud (1996, p.11) escreve:

"Desenvolvi a teoria dos campos conceituais para tentar melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento. [...] O problema do ensino então é em grande parte o de levar a criança a se desenvolver em suas competências”.

Em outras palavras, eles não conseguiam entender o professor nem o professor entender por que eles não podiam entender! Embora a teoria de Van Hiele diferencie entre cinco níveis diferentes de pensamento, deve-se aqui nos concentrar apenas nos primeiros quatro níveis por serem os mais pertinentes para a geometria do ensino médio. A seguir as características de cada nível podem ser descritas da seguinte forma:

- **Nível 1: Reconhecimento:** Os alunos reconhecem visualmente as figuras por sua aparência global. Eles reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos e assim por diante por sua forma, mas eles não identificam explicitamente as propriedades dessas figuras.
- **Nível 2: Análise** Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a técnica adequada terminologia para descrevê-los, mas eles não inter-relacionam figuras ou propriedades de figuras.
- **Nível 3: Pedidos** Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras por cadeias curtas de deduções e compreender as inter-relações entre as figuras (por exemplo, inclusões de classes).
- **Nível 4: dedução:** Os alunos começam a desenvolver sequências mais longas de afirmações e começam a compreender o significado da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e prova

Pode-se observar que, em certo sentido, a transição do Nível 1 para o Nível 2 envolve uma transição de um manuseio inativo-icônico de conceitos para um mais simbólico, para usar os conceitos familiares. Simplificando, a obtenção do Nível 2 envolve a aquisição da linguagem técnica pela qual as propriedades do conceito podem ser descritas.

Contudo, a transição do Nível 1 para o Nível 2 envolve mais do que apenas a aquisição da linguagem. Envolve o reconhecimento de certas novas relações entre os conceitos e o refinamento e renovação de conceitos existentes.

Para um aluno progredir do Nível 1 para o Nível 2 em relação a um tópico específico (por exemplo, o quadriláteros), um rearranjo significativo de relacionamentos e um refinamento de conceitos que tem que ocorrer.

Há, portanto, muito mais nesta transição do que meramente uma verbalização de conhecimento intuitivo; a verbalização acompanha a reestruturação do conhecimento.

Esta reestruturação deve ocorrer primeiro antes que os alunos possam começar a explorar a lógica nas relações entre essas propriedades no Nível 3. Van Hiele (1973) coloca da seguinte forma:

A rede de relações no Nível 3 só pode ser estabelecida de forma significativa, quando a rede de relações no Nível 2 está adequadamente estabelecida. Quando a segunda rede de relações estão presentes de forma adequada, que sua estrutura se torna aparente e se pode falar sobre isso com outras pessoas, os blocos de construção para o Nível 3 estão prontos.

O Nível 3 também representa uma rede de relações completamente diferente do Nível onde a rede de relações no Nível 2 envolve a associação de propriedades com tipos de figuras e relações entre figuras de acordo com essas propriedades, a rede de relações no Nível 3 envolvem as relações lógicas entre as propriedades de figuras.

A rede de relações no Nível 3 não se refere mais a concretas, específicas de figuras, nem formam um quadro de referência no qual é perguntado se uma determinada figura, onde tem certas propriedades. As perguntas típicas que são feitas no Nível 3 são se um certa propriedade, ou pode ser deduzida de um subconjunto particular de propriedades (em outras palavras, se pode ser tomado como uma definição ou um teorema) ou se duas definições são equivalentes.

A rede de relações para o primeiro e segundo níveis de pensamento são, portanto, bastante diferentes (Van Hiele, 1973):

O raciocínio de um sistema lógico pertence ao Terceiro Nível de pensamento. A rede de relações, que se baseia em uma descrição verbal de fatos observados, pertencem ao segundo Nível de pensamento. Esses dois níveis têm suas próprias redes de relações onde um estado distinto do outro: um ou raciocina em uma rede de relações de outros.

Segundo Villiers (1996) a geometria sempre foi uma parte extremamente importante da matemática russa currículo nos séculos XIX e XX. Esta orgulhosa tradição era, sem dúvida influenciada pelas conquistas de vários famosos russos geômetras (como Lobachevsky) nos últimos dois séculos. Tradicionalmente o currículo russo de geometria consistia em duas fases,



ou seja, uma fase intuitiva para as séries 1 a 5º e uma fase de sistematização (dedutiva) do 6º ano (12/13 anos). No final dos anos 60, pesquisadores russos (soviéticos) empreenderam uma ampla análise das fases intuitiva e de sistematização, a fim de tentar encontrar uma resposta à pergunta perturbadora de, por que, os alunos que estavam fazendo um bom progresso em outras disciplinas escolares, mostraram pouco progresso na geometria.

De acordo com as análises de Villiers (1996), os Van Hiele com a sua teoria desempenharam um papel importante. Por exemplo, verificou-se que no final do 5º ano (antes da retomada da fase de sistematização que requer pelo menos Nível 3 de compreensão) apenas 10-15% dos alunos estavam no nível 2.

A principal razão para isso foi a atenção insuficiente à geometria no primária da escola. Por exemplo, nos primeiros cinco anos, esperava-se que os alunos se conhecessem, via principalmente nas atividades de Nível 1, com apenas cerca de 12-15 objetos geométricos (e associados com terminologia).

Em contraste, isso era esperado dos alunos logo no primeiro tópico tratado no primeiro mês do 6º ano para se familiarizar não apenas com cerca de 100 novos objetos e terminologia, mas também estava sendo tratada no nível 3 de compreensão. (Ou frequentemente, o professor teve que tentar introduzir novos conteúdos em 3 níveis diferentes simultaneamente).

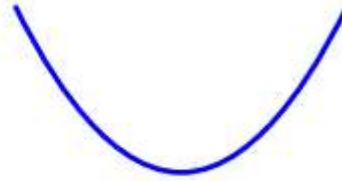
Não se admira que eles descreveram o período entre a 1ª e a 5ª série como um "período prolongado de inatividade geométrica ". Os russos posteriormente projetaram uma geometria experimental de muito sucesso no currículo baseado na teoria de Van Hiele. Eles descobriram que um fator importante era sequenciamento contínuo e desenvolvimento de conceitos do Grau 1. Conforme relatado em Wirszup (1976: 75-96), o aluno médio na 8ª série do currículo experimental demonstraram a mesma ou melhor compreensão geométrica do que seus Graus 11 e 12 contrapartes no antigo currículo.

## 2.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA

De acordo com IEZZI (1985) uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$ , onde  $a$  é diferente de zero. Isto é:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Figura 01. Parábolas

Parábolas costumam ser apresentadas como qualquer forma que lembra a icônica curva ao lado. Contudo, nem tudo que se parece com uma parábola é realmente uma. Assim como um círculo pode ser descrito por seu centro e seu raio, toda parábola precisa de uma reta diretriz e um foco (ponto).



#### Parábola

Fixados um ponto  $F$  e uma reta  $d$  num plano, com  $F \notin d$ , a *parábola de foco  $F$  e reta diretriz  $d$*  é o conjunto dos pontos do plano que equidistam de  $F$  e  $d$ . Em outras palavras, um ponto  $P$  pertence a essa parábola se, e somente se, a distância de  $P$  até  $F$  for igual à distância de  $P$  até  $d$ :

$$\text{dist}(P, F) = \text{dist}(P, d).$$

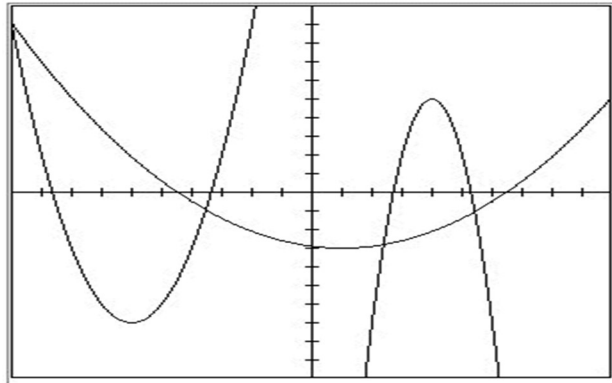
Fonte: Módulo 12B

Ao conseguir dizer que a figura acima se trata de uma parábola o aluno está no nível 01, onde o aluno reconhece de forma visual a figura geométrica, e tem condições de aprendizagem de aprender o vocabulário geométrico, mas ainda não reconhece as propriedades de identificação de uma determinada figura.

Estas informações serão demonstradas nos próximos tópicos, para maior apreciação do conteúdo exposto neste estudo.

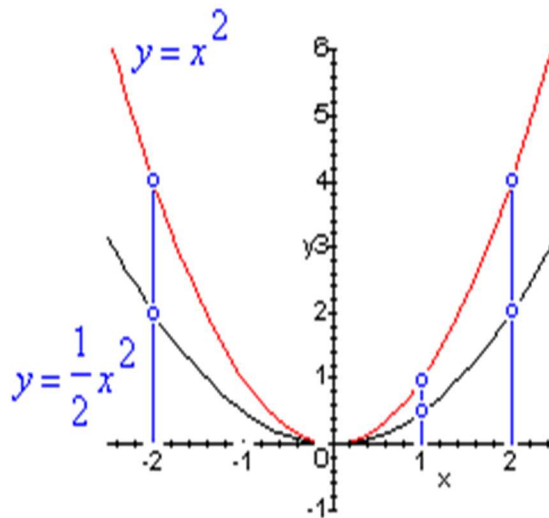
### 2.2.1 GRÁFICOS

O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada parábola (IEZZI, G. 1985). As parábolas podem ter a concavidade voltada para cima ou para baixo e variar em "largura" ou "inclinação", mas todas elas têm a mesma forma básica de "U". A figura abaixo mostra três gráficos e todos são parábolas.



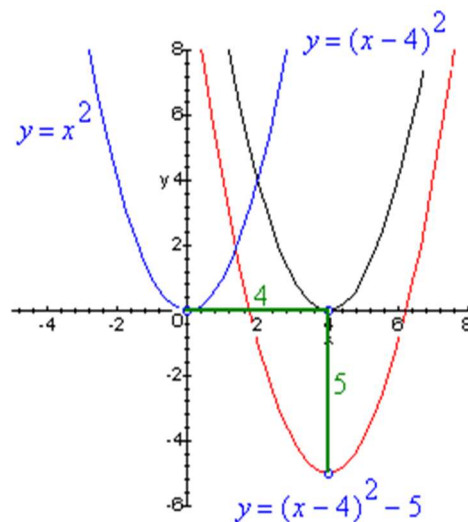
Exemplo 1.

Esboçar o gráfico de  $y = x^2/2$ . Começando com o gráfico de  $y = x^2$ , diminuimos um fator de metade. Isso significa que, para cada ponto no gráfico de  $y = x^2$ , desenhamos um novo ponto que fica a metade do caminho entre o eixo x e esse ponto.



Exemplo 2.

Esboce o gráfico de  $y = (x - 4)^2 - 5$ . Começamos com o gráfico de  $y = x^2$ , desloque 4 unidades para a direita e depois 5 unidades para baixo.



Exercício 1:

(a) Esboce o gráfico de  $y = (x + 2)^2 - 3$ .

(b) Esboce o gráfico de  $y = -(x - 5)^2 + 3$ .

Esboce uma tabela de duas colunas, sendo a primeira os valores de  $x$  e na segunda os valores de  $y$  correspondente, formando assim pares ordenados.

Neste tipo de gráfico, com mais informações e maior complexibilidade, o aluno passa para o nível 02 de compreensão do modelo de Van Hiele, nível chamado de Análise, onde consegue ser capaz de identificar as propriedades de uma determinada figura, porém ainda não consegue fazer a inclusão de classes.

## 2.3 FORMA PADRÃO

As funções nas partes (a) e (b) do Exercício 1 são exemplos de funções quadráticas na forma padrão. Quando uma função quadrática está na forma padrão, é fácil esboçar seu gráfico refletindo, deslocando e esticando / diminuindo a parábola  $y = x^2$ .

Diz-se que a função quadrática  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a$  sendo diferente de zero, na forma padrão. Se  $a$  for positivo, o gráfico será aberto para cima e, se  $a$  for negativo, será aberto para baixo. A linha de simetria é a linha vertical  $x = h$ , e o vértice é o ponto  $(h, k)$ .

As etapas que usamos nesta seção para completar a tabela serão um pouco diferentes, porque nosso principal objetivo aqui não é resolver uma equação. Observe que, quando uma

função quadrática está na forma padrão, também é fácil encontrar seus zeros pelo princípio da raiz quadrada.

Exemplo 3.

Escreva a função  $f(x) = x^2 - 6x + 7$  na forma padrão. Esboce o gráfico de  $f$  e encontre seus zeros e vértices.

$$f(x) = x^2 - 6x + 7.$$

$$= (x^2 - 6x) + 7. \text{ Agrupe os termos } x^2 \text{ e } x \text{ e complete a tabela com esses termos.}$$

$$= (x^2 - 6x + 9 - 9) + 7.$$

Precisamos adicionar 9 porque é o quadrado da metade do coeficiente de  $x$ ,  $(-6/2)^2 = 9$ . Quando estávamos resolvendo uma equação, simplesmente adicionamos 9 aos dois lados da equação. Nesta configuração, adicionamos e subtraímos 9 para não alterar a função.

$$= (x^2 - 6x + 9) - 9 + 7. \text{ Vemos que } x^2 - 6x + 9 \text{ é um quadrado perfeito, a saber } (x - 3)^2.$$

$$f(x) = (x - 3)^2 - 2. \text{ Este é o formato padrão.}$$

A partir desse resultado, é fácil encontrar o vértice do gráfico de  $f$  é  $(3, -2)$ . Para encontrar os zeros de  $f$ , definimos  $f$  igual a 0 e resolvemos  $x$ .

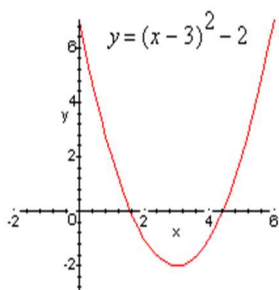
$$(x - 3)^2 - 2 = 0.$$

$$(x - 3)^2 = 2.$$

$$(x - 3) = \pm\sqrt{2}.$$

$$x = 3 \pm \sqrt{2}$$

Para esboçar o gráfico de  $f$ , deslocamos o gráfico de  $y = x^2$  três unidades para a direita e duas unidades para baixo.



Se o coeficiente de  $x^2$  não for 1, devemos fatorá-lo a partir dos termos  $x^2$  e  $x$  antes de prosseguir.

Exemplo 4.

Escreva  $f(x) = -2x^2 + 2x + 3$  na forma padrão e encontre o vértice do gráfico de  $f$ .

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 3.$$

$$= (-2x^2 + 2x) + 3.$$

$$= -2(x^2 - x) + 3.$$

$$= -2(x^2 - x + 1/4 - 1/4) + 3.$$

Adicionamos e subtraímos  $1/4$ , porque  $(-1/2)^2 = 1/4$  e  $-1$  é o coeficiente de  $x$ .

$$= -2(x^2 - x + 1/4) - 2(-1/4) + 3.$$

Observe que tudo entre parênteses é multiplicado por  $-2$ ; portanto, quando removemos  $-1/4$  dos parênteses, devemos multiplicá-lo por  $-2$ .

$$= -2(x - 1/2)^2 + 1/2 + 3.$$

$$= -2(x - 1/2)^2 + 7/2.$$

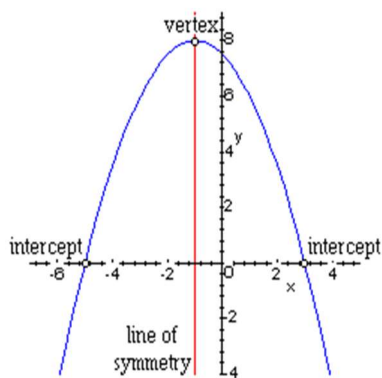
O vértice é o ponto  $(1/2, 7/2)$ . Como o gráfico abre para baixo ( $-2 < 0$ ), o vértice é o ponto mais alto do gráfico.

Exercício 2:

Escreva  $f(x) = 3x^2 + 12x + 8$  no formato padrão. Esboce o gráfico de  $f$ , encontre seu vértice e encontre os zeros de  $f$ .

## 2.4 MÉTODO ALTERNATIVO PARA ENCONTRAR O VÉRTICE

Em alguns casos, completar a tabela de pares ordenados, de acordo com IEZZI (1985) torna-se um trabalho impreciso, pois na tabela atribuímos a  $x$  alguns valores inteiros e pode acontecer que em algumas funções quadráticas os valores de  $x$  onde a parábola intercepta o eixo das abcissas não são inteiros.



As intercepções em x do gráfico acima estão em -5 e 3. A linha de simetria passa por -1, que é a média de -5 e 3.  $(-5 + 3) / 2 = -2/2 = -1$ . Uma vez que sabemos que a linha de simetria é  $x = -1$ , sabemos que a primeira coordenada do vértice é -1. A segunda coordenada do vértice pode ser encontrada avaliando a função em  $x = -1$ .

Exemplo 5.

Encontre o vértice do gráfico de  $f(x) = (x + 9) \cdot (x - 5)$ .

Como a fórmula para f é fatorada, é fácil encontrar os zeros: -9 e 5.

A média dos zeros é  $(-9 + 5) / 2 = -4/2 = -2$ . Portanto, a linha de simetria é  $x = -2$  e a primeira coordenada do vértice é -2.

A segunda coordenada do vértice é  $f(-2) = (-2 + 9) \cdot (-2 - 5) = 7 \cdot (-7) = -49$ . Portanto, o vértice do gráfico de f é (-2, -49).

Pode-se observar que relacionando-se aos níveis da teoria de Van Hiele, quanto maior a compreensão da complexibilidade da Geometria, maior será o nível de aprendizagem do aluno. E conforme vai avançando nas técnicas que envolvem esta disciplina maior é a sua assimilação. Assim, nos níveis três em diante, o estudante consegue organizar as informações referente as figuras geométricas, podendo relacionar (aparências, propriedades e representação da aplicação)

No quarto nível tem a denominação como dedutiva, no qual permite que o aluno consiga ter uma compreensão formal das propriedades que compõem a figura geométrica. E o último nível é quando o aluno passa a compreender de forma axiomática, com a possibilidade de conseguir criar as demonstrações geométricas.

### **3 METODOLOGIA**

A metodologia apresentada neste trabalho foi elaborada, com base em abordagem qualitativa, de caráter descrito, visando fundamentar teoricamente, sobre do tema. A pesquisa qualitativa pode ser definida como a que se fundamenta principalmente em análises qualitativas, caracterizando-se, em princípio, pela não utilização de instrumental estatístico na análise dos dados (VIEIRA; ZOUAIN, 2006).

### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho de conclusão de curso, teve como objetivo principal uma releitura do Desenho Geométrico na sala de aula com o auxílio da teoria de sociointeracionista de Vygotsky, Luria e Leontiev (2003) teve como fator determinante o estudo do princípio básico da aprendizagem impulsionado pelo desenvolvimento. Este estudo enfoca à respeito das relações interativas sobre os processos de mediação que terão como resultados a aquisição do conhecimento.

Dessa forma, buscou demonstrar sobre a utilização de atividades mediadas através de experimentos efetuados em seu laboratório mais, no entanto existem algumas dúvidas quanto a natureza efetiva destas pesquisas, se são empíricas ou de ordem qualitativa. No entanto pode ser verificado descrições de estudos específicos com esquemas e os achados são, de forma genérica, demonstrados como conclusões gerais, e não sob a forma de dados brutos.

Neste caso, o trabalho se propôs em demonstrar os desenhos geométricos para os alunos de forma, que eles compreendessem a sua aplicação e suas funcionalidades. Dessa forma, buscou-se fazer o estudo de caso com aplicações aos alunos, pois pode-se compreender que, o ensino da matemática para muitos é complexo, não é difícil encontrar com dificuldades de alunos, medos e tantas outras dificuldades. Por isso cabe aos professores um novo caminho de ensino. Esse método de ensino abordado no trabalho será de fácil compreensão ajudando os alunos com maiores dificuldades.

Dessa forma, cabe ao professor utilizar-se de mecanismos para fazer com que consiga passar as informações de tal forma, que os alunos consigam ter maior conhecimento da profundidade do conteúdo apresentado em sala de aula.



## 5 REFERÊNCIAS

USISKIN, Z.(1982). *Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry*. Final report of the CDASSG Project.Chicago:Univ. of Chicago.

VILLIERS, M. Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometria(1). 1996.

VERGANUD, G. Algunas ideas, fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas. 1996.

VAN HIELE, P.M. (1973).*Begrip Inzicht*.Muusses

VIEIRA, M. M. F.; ZOUAIN, D. M. **Pesquisa qualitativa em administração**. 2. ed. Rio de Janeiro: FGV, 2006.

IEZZI, G. (et al.) **Fundamentos da Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, v.1. 1985.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo. Atlas. 1991.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Trad. Maria da Penha Villa Lobos, São Paulo: Ícone, 2003.