COMO A METODOLOGIA DE GEORGE PÓLYA PODE AUXILIAR NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS

Orientando: Matteus Henrique Silva **GEBIM**[1]
Orientadora: Prof. MSc. Angela Cristina **BONINI**[2]

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo estudar a dificuldade dos alunos em resolver situações problemas e colocar em prática métodos que os auxiliem a compreender e resolver cada exercício. Mostrando dados que comprovam a dificuldade dos estudantes em situação problema através de pesquisas nas provas do PISA e no site do Inep. Esses dados puderam dar base para esse artigo pois, para mostrar que há de fato uma dificuldade, precisaria mostrar a realidade e se isso realmente acontecia. Pude comprovar que sim, há uma grande dificuldade, mas ela é maior do que eu podia imaginar. Ao longo do artigo mostro como foi a disparidade do Brasil em relação a outros países do mundo e como anda a situação da nossa educação. Contudo, há uma forma, dentre inúmeras, de tentarmos mudar um pouco essa história, usando os 4 passos para resolver problemas, de George Pólya. Neste artigo eu apresento os 4 passos detalhadamente, além de aplicá-los em 3 exercícios da prova do PISA 2012 para demonstrar como o método pode auxiliar os professores no processo de ensino aprendizagem. Os referenciais teóricos sobre a temática são George Pólya e Kátia Stocco Smole.

PALAVRAS-CHAVE

Situação; problema; resolver; letramento; matemático

Introdução

A Matemática sempre foi vista como um bicho de sete cabeças. Eu diria um pouco menos, talvez. Brincadeiras a parte, o universo matemático causa medo em muita gente, com suas fórmulas mirabolantes e contas enormes. Há quem diga que não gosta nem de pensar em Matemática, tem medo e pesadelos. E quando aparece, além de números, as letras? É um desespero só. Porém, existe algo ainda pior para os alunos, são as chamadas situações problemas. São exercícios que envolvem uma série de contextos,

[1] Graduando em Matemática – FIRA – Faculdades Integradas Regionais de Avaré – 18700-902 – Avaré - SP – Brasil – maahenriq@hotmail.com
[2] Departamento de Matemática - FIRA - Faculdades Integradas Regionais de Avaré - 18700-902 – Avaré - SP-Brasil – prof.angela@fira.edu.br

como pessoal ou profissional, por exemplo. Esse tipo de exercício costuma ser uma grande dificuldade na vida escolar do aluno pois, se já existe uma dificuldade com a Matemática pura e simples, sem contextos, o letramento matemático fica ainda pior, onde exige do aluno um nível de interpretação e raciocínio para entender a problemática.

Podemos dizer que as situações problemas são uma pedra no sapato de professores de Matemática. Se empenham tanto para ensinar as mais variadas fórmulas, operações e contextos puramente matemáticos. Cansam de dizer que o x é a representação de um número qualquer, falam a vida inteira que a operação inversa da conta de mais, que é a soma, é a conta de menos, que é a subtração, e a mesma coisa com as demais operações. Tudo isso para uma situação problema roubar a cena e travar, em sua grande maioria, os alunos.

Neste artigo, vou estudar e mostrar o porquê isso acontece, quais são as maiores dificuldades que os alunos encontram e trabalhar com elas uma metodologia para que essa dificuldade diminua, pois é de extrema importância que os alunos saibam ler e interpretar um problema. Isso será feito baseado no modelo de Pólya, com os seus quatro passos para resolver problemas.

Diagnóstico

O diagnóstico foi feito com base na prova do PISA, edição de 2012. Os dados foram retirados do Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados Brasileiros. Aqui apresentarei dados que mostram o uso do letramento matemático e situações problema no meio da educação, e a grande dificuldade que a educação brasileira enfrenta quando se trata dessa habilidade.

Primeiro, vou apresentar como o letramento matemático foi cobrado nessa prova de 2012 do PISA e como eles definem esse letramento. Logo em seguida, mostrarei o desempenho dos alunos brasileiros, as comparações com outros países, com os estados brasileiros e até mesmo com a prova de 2003, ano da primeira avaliação com esse molde.

O PISA, Programa Internacional de Avaliação de Alunos, propõe, desde 2003, uma avaliação com letramento matemático. A prova é feita para jovens de 15 anos de idade, com o intuito de avaliar o nível de proficiência nos conteúdos e situações problema que envolvem a Matemática, que é o objeto de estudo deste artigo.

As questões da avaliação seguem o modelo conhecido como situação problema, como mostra a figura 1.

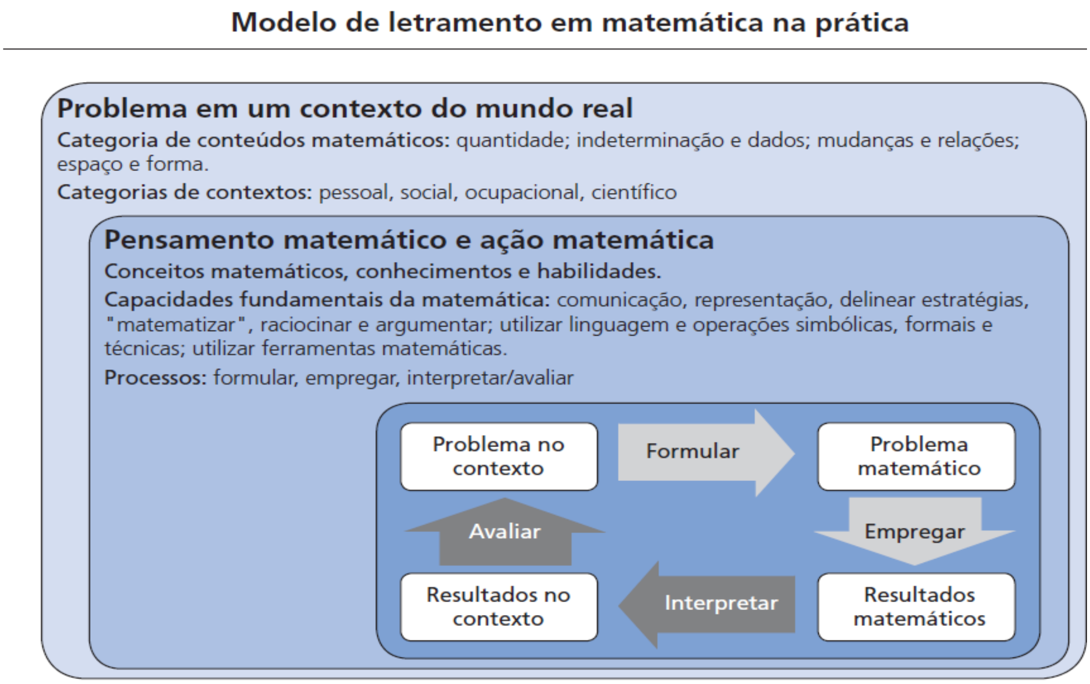


Imagem 1: Modelo de letramento matemático utilizado na prova PISA 2012 – Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados Brasileiros

Essa tabela traz com detalhes como foram feitas as questões da prova do PISA 2012. Ao analisar a imagem percebemos que a avaliação cobra questões de situação problema e letramento matemático. Os conteúdos matemáticos cobrados foram 5: quantidade; indeterminação e dados; mudanças e relações; espaço e forma; e mais 4 contextos, sendo: pessoal, social, ocupacional e científico. Além disso, pensamentos e ações matemáticas foram avaliados também como, por exemplo, utilizar linguagem e operações simbólicas.

Com tudo, uma palavra fica mais evidente no que diz respeito a situação problema: interpretar. Essa palavra deixa claro que, além de conhecimentos puramente matemáticos, o aluno precisava ter a habilidade de interpretar as questões da prova. Isso mostra a importância do letramento matemático em resolver situações problema.

E como se saíram os estudadantes nessa avaliação? Vamos analisar os gráficos abaixo.

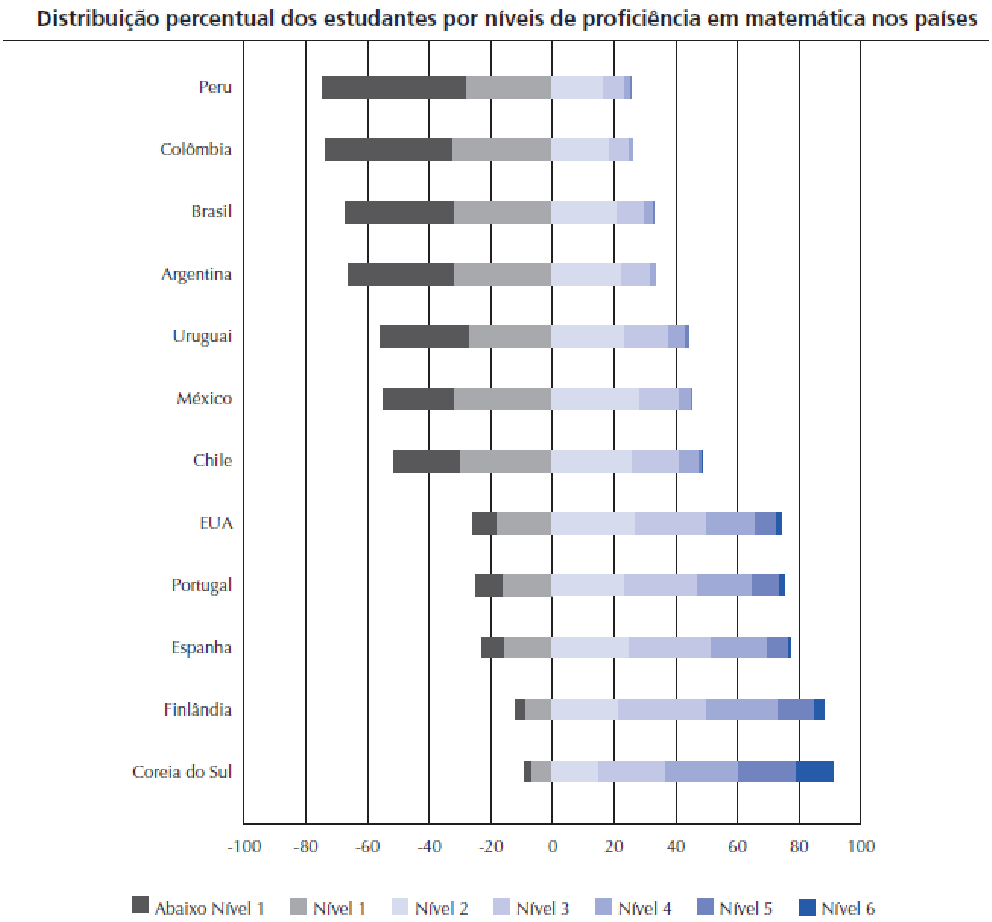


Imagem 2: Percentual de estudantes por nível de proficiência dos países selecionados, matemática – Relatório Nacional PISA 2012 – Relatório Brasileiro

O gráfico apresenta o percentual de estudantes por nível de proficiência em relação a outros paises. Os dados retirados do Relatório Nacional PISA 2012 (resultados brasileiros) apresentam a disparidade entre alguns países, e mostra que o Brasil enfrenta muitas dificuldades com o nível de apredizado dos estudantes.

Os niveis de proficiência estão divididos em: Abaixo nível 1 (cinza escuro), Nível 1 (cinza claro), Nível 2 (lilás claro), Nível 3 (lilás), Nível 4 (lilás escuro), Nível 5 (roxo) e Nível 6 (azul escuro). Esses níveis mostram quão defasado o Brasil está em relação ao países mais desenvolvidos, como Estados Unidos e Coreia do Sul. Enquanto nós estamos com menos de 40% alunos no níveis mais altos, Estados Unidos e Coreia do Sul estão com pouco mais de 70% e 80%, respectivamente. Além disso, países vizinhos conseguiram um resultados melhores, como Uruguai e Chile, que conseguiram um percentual acima dos 40%.

Apenas Peru e Colombia ficaram atrás do Brasil na comparação dos países.

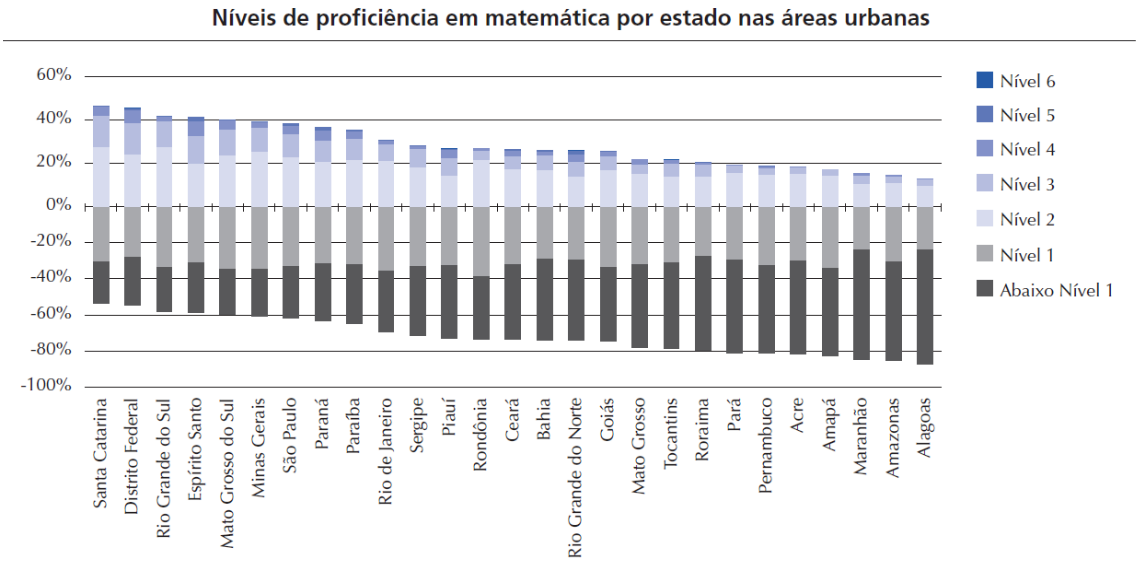


Imagem 3: Níveis de proficiência em matemática por estados Brasileiros na áreas urbanas – Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados Brasileiros

Neste gráfico, a comparação dos estados brasileiros mostra que o letramento matemático e a educação como um todo estão muito abaixo do que nós imaginamos e pretendemos atingir. Poucos estados chegaram a 40% de acertos nas questões de nível 2 a nível 6, e alguns ficaram abaixo de 20% de acertos nessas questões.

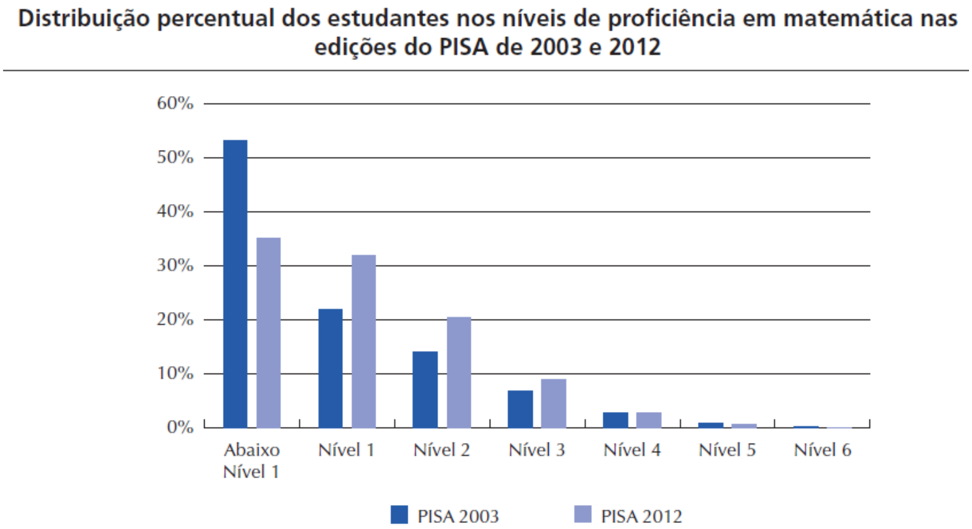


Imagem 4: Percentual de comparação do nível de proficiência em matemática nas provas do PISA 2003 e 2012 – Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados Brasileiros

Este gráfico de comparação dos percentuais atingidos nos anos de 2003 e 2012 mostra que houve uma melhora do nível abaixo de 1 para o nível 1. Porém, essa melhora não muda o fato de que o Brasil ainda está muito atrás em comparação com outros países, e a situação de cada estado também não é nada animadora. Além disso, os níveis 4, 5 e 6 ainda são muito baixos e, pelo que podemos perceber nesse gráfico, os níveis 5 e 6 pioraram em relação a 2003.

A avaliação cobrou situações problemas em todas as questões e o resultado foi muito ruim. Boa parte dos estudantes do país estão abaixo do nível 1 de proficiência em Matemática, a maioria fica entre os níveis 1 ou 2, e raros os casos que chegam no nível 5 ou 6.

Referencial Teórico

O livro "A Arte de Resolver Problemas" de Pólya, G, nos indica que, para resolver as situações problemas, devemos seguir quatro passos. 1º: Compreender o problema; 2º: Traçar um plano para resolver o problema; 3º: Executar o seu plano; 4º: Examinar a solução obtida.

Os quatro passos são importantes na hora de resolver um problema e Pólya esmiúça cada um deles no seu livro.

O primeiro passo diz sobre a compreensão do problema. Saber qual é a incógnita, quais são os dados do exercício, qual é a sua condicionante. Separar tudo o que é importante e, se preciso for, traçar figuras. Toda essa organização inicial é importante para começar a entender o exercício.

O segundo passo fala sobre o desenvolvimento de um plano. Encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita, procurar a maneira mais lógica para relacionar os dados com o conhecimento já adquirido, analisar se é possível utilizar uma fórmula, lembrar de algum exercício parecido, ou mesmo de um exercício igual com dados diferentes. Dentre tudo isso, o plano se resume ao aluno conseguir organizar aquilo que o exercício lhe dá, com aquilo que ele já sabe, aquilo que ele já estudou.

O terceiro passo é sobre a execução do seu plano, resolver de fato o exercício. Analisar com cuidado cada passo dado, verificar, caso haja possibilidade, se está correto o que já foi feito até ali.

E o quarto passo fala sobre analisar a solução obtida. Analisar o resultado fazendo a famosa "prova real". Comparar o resultado com outros exercícios semelhantes. É analisar todo o processo e fazer uma autoavaliação das suas próprias estratégias e de seu conhecimento.

Procedimentos Metodológicos

Para dar embasamento da pesquisa, foi feito uma procura por dados que comprovassem a dificuldade dos estudantes brasileiros em relação a situação problema em Matemática. Os dados encontrados foram no site do Inep, na prova do PISA 2012. Nesse site, o Inep organizou os dados em um documento: Relatório Nacional PISA 2012 - Resultados Brasileiros. Foram encontrados os dados no site da Inep, no item documento: Itens Liberados de Matemática – PISA 2012.Nesse documento, pude encontrar os dados que mostrassem a dificuldade dos alunos nas situações problemas e, como visto nas imagens postas no diagnóstico, os resultados são ruins. Sendo assim, pude dar continuidade na pesquisa.

Além disso, procurei por questões da prova do PISA 2012 para aplicar o método de Pólya para resolver problemas matemáticos e para reforçar a intenção da avaliação em relação a situação problema.

Após feito todas as pesquisas por dados dos resultados da avaliação e como estavam sendo cobrados os conhecimentos matemáticos, usei as questões da prova do PISA para aplicar a metodologia de George Pólya. Foram usadas 3 questões de contextos e habilidades diferentes. O procedimento feito para exemplificar uma aplicação em sala de aula será detalhado no próximo tópico.

Resultados e Discussões

O principal objetivo deste artigo é mostrar como o método de George Pólya pode auxiliar professores e alunos no processo de ensino aprendizagem. Sendo assim, apresentarei 3 questões cobradas na prova do PISA 2012, contendo contextos diferentes entre si. Nelas, vou aplicar os 4 passos que George Pólya detalha em seu livro “A Arte de Resolver Problemas”.

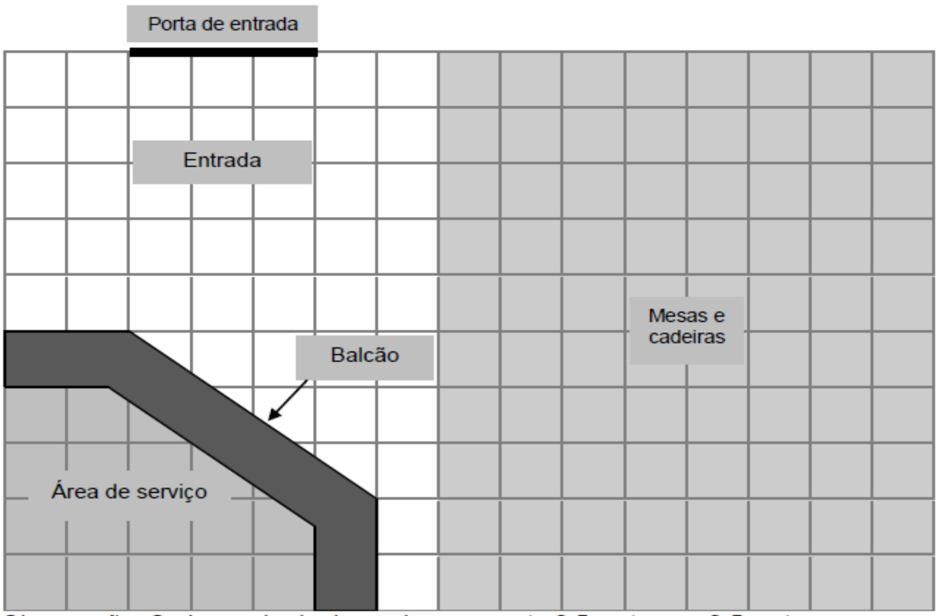
Os 4 passos estão detalhados no referencial teórico, mas para melhor entendimento dos passos para a resolução, vamos utilizar algumas siglas: CP (compreender o problema), PR (planejar a resolução), EP (executar o plano) e AR (analisar a resolução).

Seguindo esses 4 passos do método de George Pólya, veremos a resolução destes 3 exercícios.

NA SORVETERIA

Veja abaixo a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando.

A área de serviço é rodeada por um balcão.



Observação: Cada quadrado da grade representa 0,5 metro por 0,5 metro.

Questão 1: NA SORVETERIA *PM00LQ01 – 0 1 2 9*

Maria deseja instalar uma nova borda ao longo da parede externa do balcão. Qual é o comprimento total da borda de que ela precisa? Demonstre seu raciocínio.

Imagem 5: Exercício 1 – Itens liberados de matemática PISA 2012 – Inep

Seguindo os passos proposto por Pólya, teremos:

CP: A questão pergunta o comprimento total da borda que Maria precisa e, para isso, vamos calcular o comprimento da parede externa do balcão. Além disso, o exercício nos traz o dado de que cada quadrado tem lado medindo 0,5 m. Sendo assim, dois quadrados juntos medem 1 m.

PR: Como vamos encontrar o comprimento externo do balcão tendo apenas a medida dos lados dos quadrados? Percebemos que o lado do balcão forma, com os quadrados da grade, um triângulo retângulo. Esse triângulo tem catetos medindo 2 e 1,5, e nossa hipotenusa é o lado que queremos calcular. Então vamos começar substituindo os dados do exercício na fórmula do teorema de Pitágoras e fazendo os cálculos necessários. Chamaremos de x o lado do triângulo a ser calculado.

EP: Plano feito e entendido os dados, é hora de colocar a mão na massa!

$x^2 = 2^2 + 1{,}5^2 \rightarrow x^2 = 4 + 2{,}25 \rightarrow x^2 = 6{,}25 \rightarrow x = \sqrt{6{,}25} \rightarrow x = 2{,}5$

AR: Analisar a resolução é a última etapa, mas não menos importante. Podemos analisar o resultado encontrado se está de acordo com o que o exercício perguntou e se faz algum sentido matemático.

O resultado matemático é comprovado fazendo: $2{,}5^2 = 4 + 2{,}25$ / $6{,}25 = 6{,}25$. Essa prova real mostra que matematicamente falando o resultado está correto.

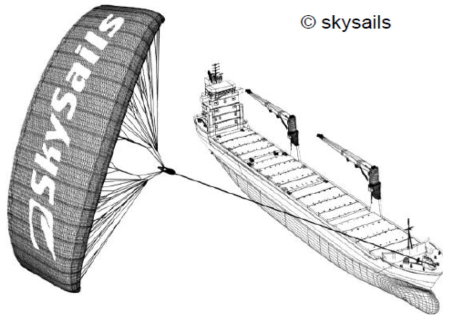
E analisando o exercício, vemos que o resultado não está nada absurdo, pois temos 2,5 m de comprimento externo do balcão para colocar a borda.

Esse problema envolve algo muito corriqueiro na vida escolar dos alunos, que é o teorema de Pitágoras. Durante boa parte do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio os adolescentes sempre se deparam com questões envolvendo esse assunto. O método de Pólya ajudou muito na resolução desse tema.

NAVIOS VELEJADORES

Noventa e cinco por cento do comércio mundial é realizado por mar, em aproximadamente 50 000 navios tanque, grandes cargueiros e navios-contêiners. Boa parte desses navios é movida a óleo *diesel*.

Os engenheiros estão projetando o desenvolvimento de suportes eólicos para os navios. A proposta é anexar *skysails* aos navios e usar a força do vento para reduzir o consumo de óleo *diesel* bem como o impacto do combustível sobre o meio ambiente.



Questão 1: NAVIOS VELEJADORES PM923Q01

Uma vantagem do uso de uma *kite sail* é que ela voa a uma altura de 150 m. A essa altura, a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior do que embaixo, no deque do navio.

A que velocidade aproximada o vento sopra uma *kite sail*, quando a velocidade do vento, medida no deque de um navio-contêiner, é de 24 km/h ?

A 6 km/h
B 18 km/h
C 25 km/h
D 30 km/h
E 49 km/h

Imagem 6: Exercício 2 – Itens liberados de matemática PISA 2012 – Inep

Seguindo os passos propostos por Pólya, teremos:

CP: A questão pede para calcular a velocidade aproximada que o vento sopra uma kite sail e disse que a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior em relação ao deque do navio. Além disso, nos deu a informação que o vento no deque do navio é de 24 km/h. Com esses dados podemos calcular o que o exercício nos pede.

PR: Para resolver o exercício basta pensarmos em calcular 25% de 24 km/h e depois somar o resultado na própria quilometragem.

EP: Seguindo o plano feito, teremos:

25% x 24 = 6 e 6 + 24 = 30

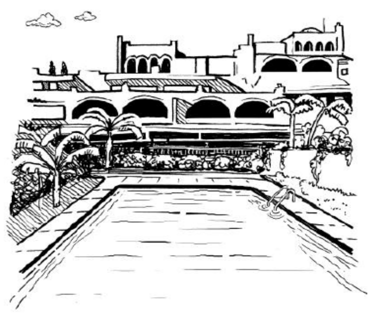
AR: O resultado 30 faz sentido com o que o problema pediu, porque é um resultado maior que 24, mas não distante demais. Além disso, é uma das alternativas da atividade.

Esse exercício mostra uma situação bem simples de porcentagem, mas que muito alunos tem dificuldade. O contexto apresentado é bem interessante, porque traz algo novo para os jovens se interessarem. Os quatros passos se mostraram bem didáticos para essa questão.

APARTAMENTO DE FÉRIAS

Cristina encontrou este apartamento de férias à venda na Internet. Ela deseja comprá-lo com a finalidade de alugá-lo para veranistas.

Número de cômodos:	1 x sala de jantar e de estar 1 x quarto 1 x banheiro	**Preço: 200 000 zeds**
Tamanho:	60 metros quadrados (m^2)	
Vaga na garagem:	sim	
Tempo do trajeto até o centro da cidade:	10 minutos	
Distância da praia:	350 metros (m) em linha reta	
Ocupação média por veranistas nos últimos 10 anos:	315 dias por ano	



Questão 1: APARTAMENTO DE FÉRIAS *PM962Q01 – 0 1 9*

Para avaliar o preço do apartamento de férias, Cristina pediu a opinião de um corretor. Para calcular o valor de um apartamento de férias, o corretor utiliza os seguintes critérios:

Preço por m^2	**Preço de base:**	2 500 zeds o m^2			
Critérios que agregam valor	**Tempo do trajeto até o centro da cidade:**	Mais de 15 minutos: + 0 zed	5 a 15 minutos: + 10 000 zeds	Menos de 5 minutos: + 20 000 zeds	
	Distância da praia (em linha reta):	Mais de 2 km: + 0 zed	1 a 2 km: + 5 000 zeds	0,5 a 1 km: + 10 000 zeds	Menos de 0,5 km: + 15 000 zeds
	Vaga na garagem:	Não: + 0 zed	Sim: + 35 000 zeds		

Se o valor calculado pelo corretor é superior ao preço de venda anunciado, o preço de venda é considerado “muito bom” para Cristina, a potencial compradora.

Demonstre que, de acordo com os critérios do corretor, o preço de venda proposto é “muito bom” para Cristina.

Imagem 7: Exercício 3 – Itens liberados de matemática PISA 2012 – Inep

Seguindo os passos propostos por Pólya, teremos:

CP: O exercício pede para demostrar o porquê do preço de venda de uma casa ser “muito bom”. Duas tabelas com vários dados foram apresentadas para entendimento e cálculo do problema. O que precisamos calcular é: preço em relação ao tamanho da casa em m², tempo no trajeto até o centro da cidade, distância da praia (em linha reta) e vaga na garagem.

PR: Com todos os dados do exercício podemos planejar a resolução. Sendo assim, analisaremos cada etapa: primeiro, calcularemos o preço da casa, basta pegar o tamanho da casa em m² e multiplicar pelo preço de cada m² que, no caso, é de 2500 zeds. O tempo do trajeto até o centro é simples de saber, basta pegar o tempo que leva da casa até o centro, que são 10 minutos, e comparar na tabela. Neste caso, vamos atribuir, no valor final, a quantia de 10.000 zeds. Faremos o mesmo para a distância da praia e vaga na garagem. Analisando as tabelas, temos que a distância até a praia é de 350 m e que há vaga na garagem, então vão ser acrescentados ao valor final, respectivamente, 15.000 e 35.000 zeds.

EP: Planejamento feito, basta calcular:

2500 x 60 = 150.000 zeds

150.000 + 10.000 + 15.000 + 35.000 = 210.000 zeds

AR: Ao analisar o resultado vamos que faz todo o sentido, porque a questão pediu para demonstrar o porquê dessa casa a venda estar com o preço “muito bom”. Vemos que de fato está com o preço “muito bom”, pois a casa está sendo vendida por 200.000 zeds, mas ela vale 210.000 zeds.

Essa questão é a mais interessante das três, porque mostra justamente a dificuldade dos estudantes em situação problema. Ela é extensa, mas simples de resolver, até porque não cobra nenhum conhecimento específico, somente soma e multiplicação. O método de Pólya se mostra muito interessante para essa questão, pois consegue apresentar para o aluno, de forma didática, um jeito bem tranquilo de resolver o problema.

Considerações finais

Os resultados nos mostram que os alunos enfrentam uma grande dificuldade no letramento matemático. É claro que a educação brasileira ainda enfrenta um problema anterior ao da situação problema, que é o da matemática básica em si. Sabemos que muitos alunos não conseguem nem assimilar as operações e fórmulas mais básicas dessa matéria, ou seja, estão muito longe do letramento matemático para resolução de situação problema.

Entretanto, sabemos que, mesmo com essa dificuldade primária, a falta de letramento e a dificuldade acentuada na prova do PISA 2012 ficou muito abaixo do que nossos estudantes podem atingir. Diante disso, precisamos começar com algumas iniciativas para tentar evitar algo pior. Aliás, algo pior pode acontecer, porque durante a pandemia da Covid-19 muitos deixaram de estudar e esqueceram o pouco que já sabiam. Porém, essa não precisa ser a nossa realidade, pois há algo a ser feito. Nada vai mudar a educação de uma hora para a outra, mas com pequenas tentativas podemos tentar começar a mudar o rumo.

Esse método de Pólya não vai mudar a educação da água para o vinho, mas pode auxiliar e colaborar com muitos professores no ensino aprendizagem de Matemática e em suas salas de aula quando se trata de situação problema. Um método diferente e simples, mas que pode dar muita base para jovens alunos que enfrentam dificuldade em interpretar alguma situação em contexto matemático.

Referências Bibliográficas

BRASIL no PISA 2012**: Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados Brasileiros.**

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 1º e 2° ciclos do Ensino Fundamental – Matemática.** Brasília, 1998.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Interciencia, 1977.

SEE - SP (org), **Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. 1ªed. São Paulo: FDE, 2011.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. **Aprender a ler problemas em Matemática**. Disponível em: http://mathema.com.br/reflexoes/aprender-a-ler-problemas-em-matematica/. Acesso em 22/03/2018.

SOARES, Wellington e SANTOMAURO, Beatriz. **Seus alunos sabem interpretar problemas?** Revista Nova Escola. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2073/seus-alunos-sabem-interpretar-problemas. Acesso em 20/03/2018