

LÓGICA MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM TEÓRICA

Vanessa Fernanda ESTEVES¹

Prof. Dra. Luciane de Fátima Rodrigues de SOUZA

RESUMO

A lógica é intrínseca ao pensamento humano e há vários séculos têm sido estudada e pesquisada visando ajudar a compreender e resolver problemas nas diversas áreas do conhecimento. É considerada por muitos um assunto difícil por exigir conhecimento teórico e raciocínio “matemático”. Neste contexto, este trabalho tem como objetivos apresentar um resumo teórico da lógica matemática e apresentar algumas situações, baseadas na literatura, visando mostrar a sua importância em situações do cotidiano e também nas diversas áreas do conhecimento, como ciência da computação, psicologia e direito.

PALAVRAS-CHAVE

Tabelas-Verdade; Matemática; Situações-Problema.

1. INTRODUÇÃO

O surgimento da matemática deu-se quando o homem estabeleceu relações quantitativas com objetos dando-lhes “forma” e “tamanho”; elaborando e resolvendo problemas do seu cotidiano.

Trabalhar com problemas do dia a dia exige do sujeito algumas formas de raciocínio lógico, dos seus conhecimentos de números e seu conceito sobre eles. Fazendo um rápido retrospecto da história da lógica, encontramos Aristóteles (século IV a.C) com seus estudos sobre os silogismos, na busca de um instrumento para a compreensão de um mundo real e verdadeiro (lógica concreta). As ideias de Aristóteles perduraram, com poucas variações, até o século XVI, quando Leibniz teve as primeiras visões do que seria uma lógica simbólica formal (lógica abstrata).

¹ Aluna de Pós graduação em Matemática e suas Tecnologias - FIRA- Faculdades Integradas Regionais de Avaré – 18700-902 –Avaré-SP – Brasil – vfesteves@uol.com.br

Mais uma vez, o estudo da lógica fica estagnado, sendo somente retomado na metade do século XIX por Boole, que desenvolveu as bases da álgebra da lógica. A partir de então, a lógica desenvolveu-se rapidamente com trabalhos feitos, entre outros, por Frege, Peano, Whitehead e Russell, já neste século (GIOVANNI, 1994; CURY, 1996).

O desenvolvimento da lógica neste século foi muito grande, tendo surgido sistemas de lógicas diferentes entre si como, por exemplo, a lógica Modal, a lógica Plurivalente e a lógica Fraca, que ultrapassaram a dicotomia existente na lógica tradicional, ganhando cada vez mais interesse pelas suas aplicabilidades em vários problemas.

Finalmente, nas últimas décadas, apareceu ainda um novo sistema, denominado lógica Fuzzy (Nebulosa) que estuda as incertezas (CURY, 1996).

Neste sentido, este trabalho virá mostrar o resumo teórico de raciocínio lógico e algumas considerações sobre aplicações desta no dia-a-dia.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho vem apresentar um estudo sobre lógica matemática. Para isto, serão realizadas pesquisas bibliográficas em livros de matemática, exemplos de situações do cotidiano e suas áreas de aplicação.

3. LÓGICA MATEMÁTICA – DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A lógica é conhecida pelo senso comum como uma ciência matemática, mas está fortemente ligada a filosofia. Ela cuida das regras do bem pensar, ou do pensar correto, sendo, portanto, um pensar humano.

Há diversas definições para a palavra lógica, porém uma definição interessante a ser observada é dada pelo dicionário Aurélio; “Lógica: Coerência de raciocínio, de ideias. Modo de raciocinar peculiar a alguém, ou a um grupo. Sequência coerente, regular e necessária de acontecimentos, de coisas.” Então podemos dizer que a lógica é uma ciência do raciocínio

Nesta seção será apresentado um resumo teórico da teoria de Lógica matemática, visando facilitar ao leitor o entendimento da matéria e da utilização do raciocínio lógico em seu dia a dia e em suas áreas de aplicação.

3.1. Sentenças moleculares

Se p e q são sentenças, então diremos que $\sim p$, $q \wedge q$, $p \vee q$, $p \rightarrow q$, e $p \leftrightarrow q$ são sentenças moleculares. Os sinais, $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ são chamados conectivos.

i. Nomes de Sentenças Moleculares

- $\sim p$: negação
- $p \wedge q$: conjunção; p, q : conjuntivos
- $p \vee q$: disjunção inclusiva (p e q disjuntivos)
- $p \rightarrow q$ condicional ou implicação; p : antecedente; q : conseqüente
- $p \leftrightarrow q$ bicondicional

ii. Maneiras de se Ler as Sentenças Moleculares

- $\sim p$ lê-se: não p , não é verdade que p ; não sucede p .
- $p \wedge q$ lê-se: p e q ; p mas q .
- $p \vee q$ lê-se: p ou q .
- $p \rightarrow q$ lê-se: se p então q ; p implica q ; p se q ; p é condição suficiente para q ; q é condição necessária para p ; p somente q .
- $p \leftrightarrow q$ lê-se: p se, somente se, q ; p é equivalente a q ; p é condição necessária e suficiente para q .

3.2. Variantes da Condicional

Dada a sentença condicional $p \rightarrow q$, que também é chamada de direta, temos nomes especiais para:

- $p \rightarrow q$ (denominada recíproca de $p \rightarrow q$)
- $\sim p \rightarrow \sim q$ (denominada contrária de $p \rightarrow q$ ou inversa de $p \rightarrow q$)
- $\sim q \rightarrow \sim p$ (denominada contra - direta de $p \rightarrow q$ ou contra - positiva de $p \rightarrow q$)

3.2.1. Algumas Convenções para o Emprego dos Parênteses

- O \sim abrange a sentença mais próxima a sua direita.

Exemplos:

$\sim p \wedge q$ é uma conjunção, pois o \sim só abrange o p .

$\sim(p \wedge q)$ é uma negação, pois o \sim abrange o $p \wedge q$.

- O \Rightarrow e o \leftrightarrow tem precedência sobre o \wedge e o \vee

Exemplos:

- $p \vee q \rightarrow r$ só pode ser lido $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$.

3.2.2. A Denotação de uma sentença Molecular (V ou F)

Depende apenas das denotações das sentenças que a constituem.

3.2.2. Denotação da Negação

Se p é verdade então $\sim p$ é F e se p é F então $\sim p$ é V. Usando uma tabela (denominada tabela verdade), temos:

Tabela verdade de $\sim p$

p	$\sim p$
V	F
F	V

3.2.2.1. Denotação da Conjunção

A conjunção $p \wedge q$ é V se, e somente se, p é V e q é V. Caso contrário, $p \wedge q$ é F.

Tabela Verdade de $p \wedge q$

P	q	$p \wedge q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

3.2.2.2. Denotação da Disjunção Inclusiva

A disjunção inclusiva $p \vee q$ é F se, e somente se, p é F e q é F. Caso contrário, $p \vee q$ é V.

Tabela Verdade de $p \vee q$

P	q	$p \vee q$
V	V	V

F	V	V
V	F	F
F	F	F

3.2.2.3. Denotação da Condicional

A condicional $p \rightarrow q$ é F se, e somente se, p é V e q é F. Nos outros casos $p \rightarrow q$ é V.

Tabela Verdade de $p \rightarrow q$

P	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

3.2.2.4. Denotação da Bicondicional

A bicondicional $p \leftrightarrow q$ é V se, e somente se, p é V e q é V ou ainda se p é F e q é F. Nos outros casos, $p \leftrightarrow q$ é F.

Tabela Verdade de $p \leftrightarrow q$

P	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	V

3.3. Tautologia e Contradição

Sentenças moleculares que são sempre verdadeiras, independentemente do valor de verdade das sentenças que a constituem, são chamadas *tautologias*.

Sentenças moleculares que sempre são falsas, independentemente do valor de verdade das sentenças que a constituem, são chamadas *contradições*.

Exemplos:

$p \vee \sim p$ é uma tautologia

$p \wedge \sim p$ é uma contradição

3.3.1. Equivalências

Se S e T forem sentenças quaisquer e a bicondicional $S \leftrightarrow T$ for tautológica, diremos que S e T são equivalentes ou que $S \leftrightarrow T$ é uma equivalência, que notaremos S eq. T.

3.3.1.1. Algumas Equivalências Importantes

- e 1. $p \wedge q$ eq $q \wedge p$ (comutativa do \wedge)
- e 2. $p \vee q$ eq $q \vee p$ (comutativa do \vee)
- e 3. $p \wedge (q \wedge r)$ eq $(p \wedge q) \wedge r$ (associatividade do \wedge)
- e 4. $p \vee (q \vee r)$ eq $(p \vee q) \vee r$ (associatividade do \vee)
- e 5. $p \wedge (q \vee r)$ eq $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distributividade do \wedge em relação ao \vee)
- e 6. $p \vee (q \wedge r)$ eq $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (distributividade do \vee em relação ao \wedge)
- e 7. $\sim(\sim p)$ eq p (lei da negação dupla)
- e 8. $\sim(p \wedge q)$ eq $\sim p \vee \sim q$ (lei de De Morgan)
- e 9. $\sim(p \vee q)$ eq $\sim p \wedge \sim q$ (lei de De Morgan)
- e 10. $(p \leftrightarrow q)$ eq $(q \leftrightarrow p)$ (comutatividade do \leftrightarrow)
- e 11. $(p \leftrightarrow q)$ eq $(\sim p \leftrightarrow \sim q)$
- e 12. $(p \rightarrow q)$ eq $(\sim q \rightarrow \sim p)$ (lei da contraposição)
- e 13. $(p \rightarrow q)$ eq $\sim p \vee q$
- e 14. $\sim(p \rightarrow q)$ eq $p \wedge \sim q$ (negação da condicional)
- e 15. $\sim(p \rightarrow \sim q)$ eq $p \wedge q$ (negação da condicional)
- e 16. $\sim(p \leftrightarrow q)$ eq $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
- e 17. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ eq $(p \rightarrow (q \wedge r))$ (composição de condicionais)
- e 18. $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)$ eq $((p \vee r) \rightarrow q)$

Para demonstrar quaisquer das equivalências anteriores podem usar tabela verdade. Por exemplo, a e5 pode ser demonstrada como segue:

$$p \wedge (p \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

P	Q	R	$p \vee r$	$p \wedge (p \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$S \leftrightarrow T$
---	---	---	------------	-----------------------	--------------	--------------	----------------------------------	-----------------------

V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V
				S			T	

4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPORTÂNCIA DA LÓGICA MATEMÁTICA

Nesta seção serão apresentadas algumas situações visando exemplificar e discutir situações do dia-a-dia onde é utilizada a lógica e quais áreas a utilizamos, visando deixar para o leitor um direcionamento do quão é presente no seu dia o raciocínio lógico.

Silva (2010) destaca em seu livro a importância da lógica matemática para concursos públicos e provas para ingresso em cursos de pós graduação.

Segundo Forbellone (2005, p.1-2), “a Lógica e a ilógica necessariamente nos acompanham. Quando falamos ou escrevemos, estamos expressando nosso pensamento, logo, precisamos usar a lógica nessas atividades. Menciona ainda que a Lógica relaciona-se com a correção do pensamento e também é “a arte de bem pensar, é a ciência das formas do pensamento, visto que, a forma mais complexa do pensamento é o raciocínio. “A Lógica estuda a correção do raciocínio”. [...] “A Lógica estuda e ensina a colocar ordem no pensamento”. A importância do raciocínio lógico para o “homem” se dá pelo avanço da tecnologia, o quão em tão pouco tempo estão encontrando aparelhos eletrônicos que estão ficando ultrapassados tão rapidamente, e como o ser humano tem que acompanhar a essas mudanças tecnológicas em um tempo tão curto. A ideia é que nosso raciocínio lógico acompanhe todas essas mudanças. Com esse exemplo começamos a perceber o raciocínio lógico no nosso cotidiano.

Segundo Guedes (2008), o impacto da lógica nos bancos de dados é um dos melhores exemplos da efetividade da mesma sobre a ciência da computação. A lógica de primeira ordem 4 reside no núcleo dos bancos de dados atuais, sendo utilizada desde as linguagens mais básicas até algumas mais complexas onde são utilizadas extensões da lógica de primeira ordem junto com a recursão.

Segundo Carneiro (2010), advogada (OAB-RO nº 59), admitir a existência de uma verdade no Direito significa admitir a existência da lógica jurídica e não simplesmente da argumentação.

[...] Na minha opinião, a lógica é aplicável ao Direito se o entendermos como ciência, como quiseram Hans Kelsen e Norberto Bobbio. A ciência busca a verdade, e não apenas a persuasão. Entretanto, se entendermos o direito meramente como arte, cabem-lhe mais a argumentação e a retórica do que a lógica. Penso que o Direito é, ao mesmo tempo, ciência e arte. Portanto, a ele se aplicam a lógica e também a argumentação, de modo não excludente entre si (CARNEIRO, 2010, p.).

Segundo Gonçalves (2012), “a lógica estuda as condições da conformidade do pensamento consigo mesmo. A psicologia visa as operações intelectuais do ponto de vista de sua natureza. A lógica tem por objeto o ser de razão – aquele que só tem existência em nossa inteligência. A psicologia tem por objeto ser real – vivências. A psicologia estuda: os atos da razão (é, portanto, mais ampla que a lógica); o conhecimento como um ato vital, como fenômeno que provem de um ser vivo, vinculado a um sujeito, uma pessoa; o conhecimento como uma atividade, um processo; o pensamento como ele é: falso, correto, real etc. A lógica estuda: o raciocínio ideal (o que deve ser e não o que é); o conhecimento como um resultado.”

5. CONCLUSÕES

Como dito anteriormente, raciocínio lógico é um assunto que vêm sendo estudado e pesquisado há séculos. Atualmente, observa-se que possui bastante estudo e interpretações nas diversas áreas. Têm sido cobrado em provas de concursos públicos e em provas para ingresso em cursos de pós graduação nas várias áreas do conhecimento. Visando apresentar um material que colabore com interessados no assunto, este trabalho apresentou um resumo teórico da lógica Matemática e foram feitas algumas abordagens e comentários sobre o uso e aplicações desta. Foram apresentados pensamentos, ideias, e interpretações, com o intuito de esclarecer possíveis dúvidas e auxiliar na compreensão dos conceitos básicos necessários a compreensão e entendimento do assunto.

6. REFERÊNCIAS

CARNEIRO, M.F, **O Conceito de lógica e sua relação com o Direito.**

Disponível em: <<https://espaco-vital.jusbrasil.com.br/noticias/2093676/o-conceito-de-logica-e-sua-relacao-com-o-direito>>. Acesso em 21 de janeiro de 2019

CURY, Marcia Xavier, **Introdução á Lógica**, São Paulo: Érica, 1996.

FORGELLONE, A. L. V. **Lógica de Programação: a construção de algoritmos e estruturas de dados**, 3ª ed – São Paulo: Prentice Hall, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR., José Rui. **Matemática Fundamental**, 2º grau. Volume Único. São Paulo: FTD, 1994.

GONÇALVES, R. **Psicologia e Lógica.**

Disponível em: <<https://www.recantodasletras.com.br/ensaios/3828108>>. Acesso em 21 de janeiro de 2019.

GUEDES B.S. et. al. **Das aplicações da lógica na Computação**, 2008

IEZZI, Gelson, **-Fundamentos de matemática elementar**, vol1, 1939.

SILVA, V. L. G. S. **Aplicação da lógica matemática.** – Belém: SBEM-PA, 2010. (Coleção Educação Matemática na Amazônia, 3).