

UMA CONTRIBUIÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES MEDIADA PELO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Samara Roberta da Silva **FREITAS**¹

Prof. Estela Aparecida Fernandes **SOARES**²

RESUMO

Na realidade em que vivemos, o uso das tecnologias é constante na rotina dos estudantes. No entanto, a utilização de tais tecnologias no dia a dia da sala de aula ainda enfrenta muitas resistências dos professores, em particular do professor de Matemática. Com o intuito de promover reflexões acerca desse tema, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de intervenção pedagógica por meio de uma atividade sobre funções afim e quadrática para o nono ano do Ensino Fundamental. A atividade se desenvolverá articulando um pouco de história da Matemática e a utilização de ferramentas digitais (software GeoGebra), como sensibilizadores da aprendizagem. O trabalho com o software permitirá comparar, analisar e conjecturar sobre os conceitos inerentes do estudo de funções e assim produzir conhecimento significativo do conteúdo.

PALAVRAS CHAVE:

Desenho Geométrico; Construções; GeoGebra e Funções.

1. Introdução

Diariamente, os professores de Matemática se deparam com obstáculos no ensino e aprendizagem dos diferentes conteúdos em sala de aula. Continuamente questionados sobre os motivos de se aprender tal assunto ou onde serão usados na vida real, bem como a ausência de empatia dos estudantes em relação à disciplina, mobilizam os docentes na busca por metodologias que sensibilizem e motivem os alunos na construção do conhecimento.

Neste contexto, o presente trabalho apresenta uma proposta de intervenção pedagógica por meio de uma atividade de ensino de funções afim e quadrática, a qual contempla a história da Matemática como agente sensibilizador da aprendizagem, pois evidencia que o desenvolvimento da Matemática ocorre concomitante ao desenvolvimento da humanidade e

¹ Aluna da Pós de Matemática e suas Tecnologias-FIRA- Faculdades Integradas Regionais de Avaré – 18700-092 – Avaré-SP- Brasil – Avaré – 18700-902 – Avaré-SP – Brasil.- email sah_roberta05@hotmail.com

² IFSP- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo- 18707- 150- Avaré- SP- Brasil.

ações de interação do conteúdo por meio de ferramentas digitais.

1.1. Um pouco de história

Por volta de 6000 a.C., às margens do rio Nilo no Egito, surgiram as primeiras aplicações da matemática. A agricultura era utilizada como fonte de sobrevivência do povo egípcio, que haviam abandonado a vida nômade depois do domínio dessa técnica.

Houve a necessidade de mudanças nos métodos de demarcações das terras, pois já naquela época as cobranças de impostos começavam a trazer “lucros” e “prejuízos” aos agricultores, então trocaram a utilização de medir com as partes do corpo (palmos e cúbitos) para as formas geométricas, que marcavam os lotes de terra com mais precisão.

Mais tarde, na Mesopotâmia, ocorreram o domínio e a manipulações dos números, assim trazendo uma grande evolução na área da Matemática. Com a utilização de números cada vez maiores, desenvolveram o sistema posicional ainda que o zero fosse um espaço em branco como uma pausa. A partir daí, com a influência de muitos estudiosos matemáticos e filósofos, houve avanços significativos na Geometria e na Álgebra, segmentos da Matemática essenciais na evolução da humanidade no que tange a resolução de problemas do cotidiano.

Desde muito tempo até a Idade Moderna, o tema dominante era a Geometria Euclidiana, contudo, o conceito de Função também é um dos mais importantes na Matemática. Apesar de seus aspectos simples encontrados em épocas anteriores, seu surgimento aconteceu no final do século XVII.

Newton chegou perto do sentido atual de função com a utilização de termos para designar variável dependente, e para designar uma quantidade obtida a partir de outra. Mas foi Leibniz que usou o termo “função” e introduziu igualmente as terminologias “constante”, “variável” e “parâmetro”.

O toque final quem deu foi Euler trocando o termo “quantidade” por “expressão analítica”, com isso abriu caminho para o surgimento de inúmeras aplicações da Matemática e em outras ciências. A partir de então, função tornou-se modelo matemático que explicava a relação entre variáveis, evolução esta que terminou no século XIX, deixando um legado importante nos estudos dinâmicos, probabilísticos entre outros que conhecemos e usamos até hoje.

Juntamente com todos esses avanços da Matemática, destaca-se o avanço tecnológico que trouxe muitos benefícios a sociedade, mas também alguns efeitos colaterais, que sofreram resistência por parte de educadores na sua utilização como instrumento metodológico de ensino.

Estudos apontam melhora na qualidade de ensino e aprendizagem com a contribuição dos softwares para fins educativos devido aos investimentos na área de educação, os quais priorizaram a adaptação dos livros didáticos com o uso dos computadores e softwares em sala de aula.

Neste contexto, apresentaremos um software Matemático chamado GeoGebra. Esse software, premiado na categoria Matemática dinâmica, é de acesso e download gratuito, utilizado nos diferentes campos da Matemática como: Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculos, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos.

A proposta de atividade apresentada neste trabalho, faz uso do software em uma abordagem dos estudos de algumas características das funções de 1º grau ou afim, e de 2º grau ou quadrática.

2. Função Polinomial do 1º grau ou função afim

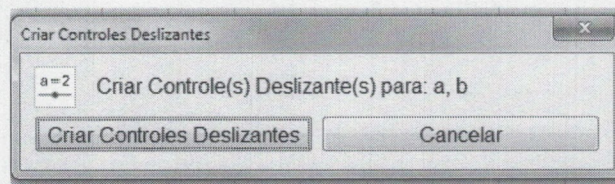
Sempre que expressamos por meio de variáveis uma situação de interdependência envolvendo duas grandezas diretamente proporcionais, chegamos a uma função de 1º grau. De modo geral, uma função de 1º grau é expressa por uma fórmula do tipo $f(x) = ax + b$, em que a e b são constantes, sendo $a \neq 0$.

Utilizaremos o software Geogebra para melhor visualização e compreensão desse conteúdo.

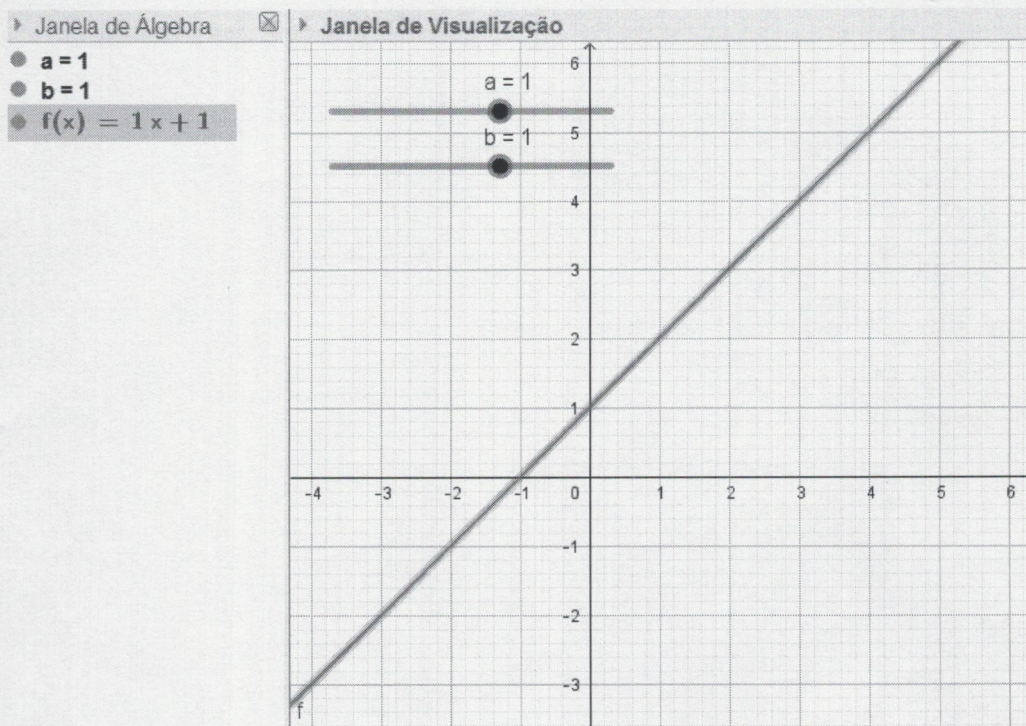
- No campo de Entrada digitaremos a função geral $f(x) = a * x + b$, em seguida tecler Enter


Entrada: $f(x)=a*x+b$

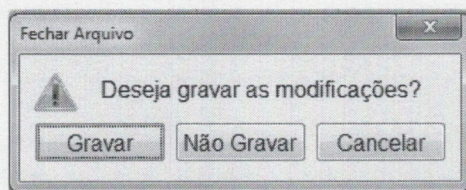
- Aparecerá a mensagem, clique “**Criar Controles Deslizantes**”



- Então na **Janela de Visualização** aparecerá a reta e os controles deslizantes a e b , e na **Janela de Álgebra** a função (f) de modo geral e os valores dos coeficientes a e b .



- Com a ferramenta “Mover” , clique em cima do controle deslizante “a” e movimente-o para o lado direito e esquerdo verificando as alterações que aconteceram no gráfico com a mudança de valores do coeficiente “a”.
- Repita o mesmo procedimento com o controle deslizante “b”, e observe as modificações.
- Clique em “Arquivo”, em seguida em “Novo”, por fim aparecerá a mensagem



- Clique em “Não Gravar”.

Uma função $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ chama-se **função afim** quando existem números reais a e b que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbf{R}$.

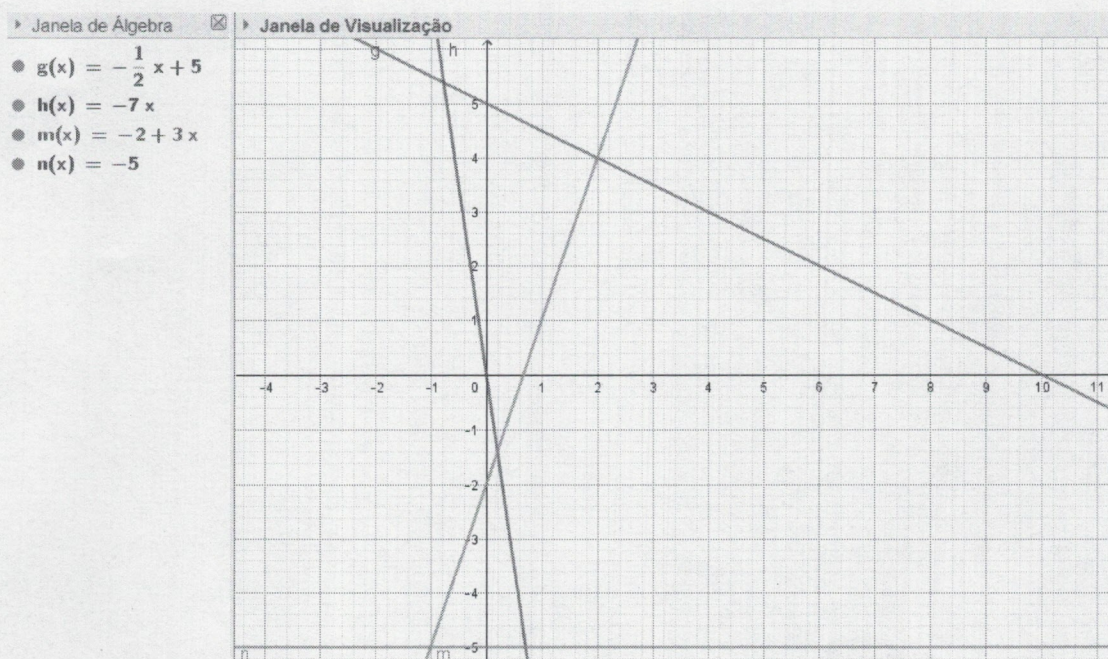
Exemplos:

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 5, \text{ em que } a = -\frac{1}{2} \text{ e } b = 5$$

$$h(x) = -7x, \text{ em que } a = -7 \text{ e } b = 0$$

$m(x) = -2 + 3x$, em que $a = 3$ e $b = -2$

$n(x) = -5$, em que $a = 0$ e $b = -5$



2.1. Casos particulares de Função de 1º grau ou Afim

Depois dessa apresentação usando alguns dos recursos do Software Geogebra, estudaremos mais a fundo cada um dos coeficientes e veremos suas influências nas funções.

2.2. Função Linear

Uma função polinomial de 1º grau que tem o coeficiente $b = 0$ recebe o nome de **função linear**, podendo ser crescente ou decrescente, dependendo do valor assumido pelo coeficiente “a” da função.

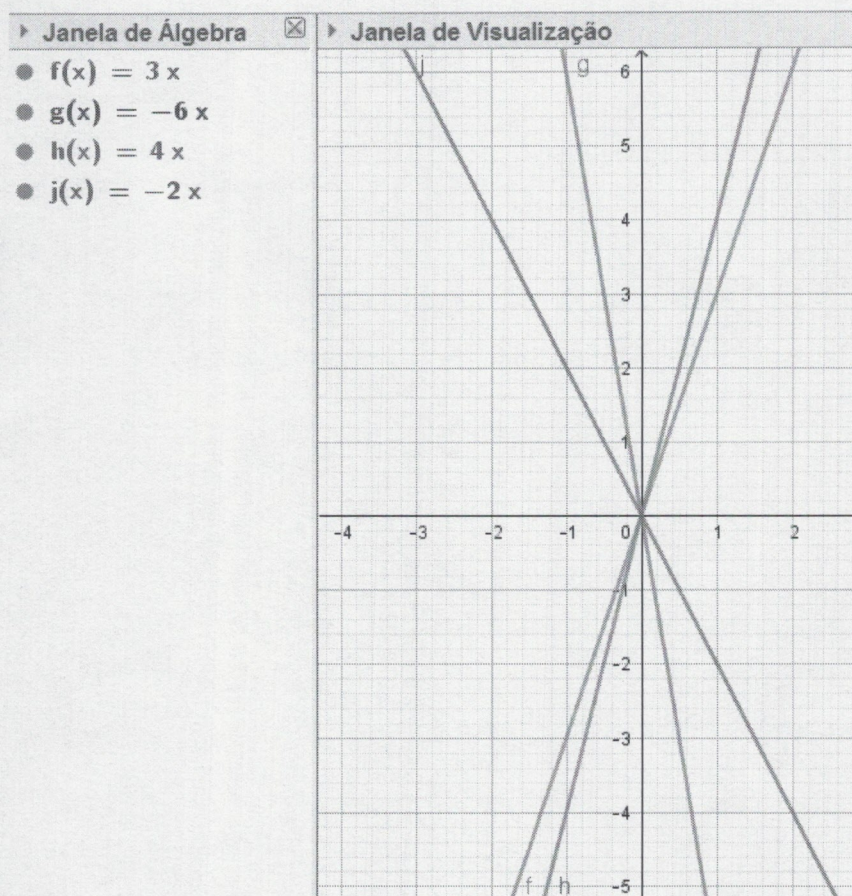
1) No campo de Entrada do Geogebra criaremos várias funções lineares uma de cada vez e verificaremos as suas alterações.

a) $f(x) = 3x$

b) $g(x) = -6x$

c) $h(x) = 4x$

d) $j(x) = -2x$



- Note que todas as funções são representadas por uma reta, e que o coeficiente “ a ” (**coeficiente angular**) representa a inclinação dessa reta.
- Quando o coeficiente $a > 0$ a reta é crescente, aumentamos os valores de x , os valores de $f(x)$ também aumentam.
- Tendo o coeficiente de $a < 0$ a reta é decrescente, aumentamos os valores de x , os valores de $f(x)$ diminuem.
- Retas **oblíqua** aos eixos x e y .

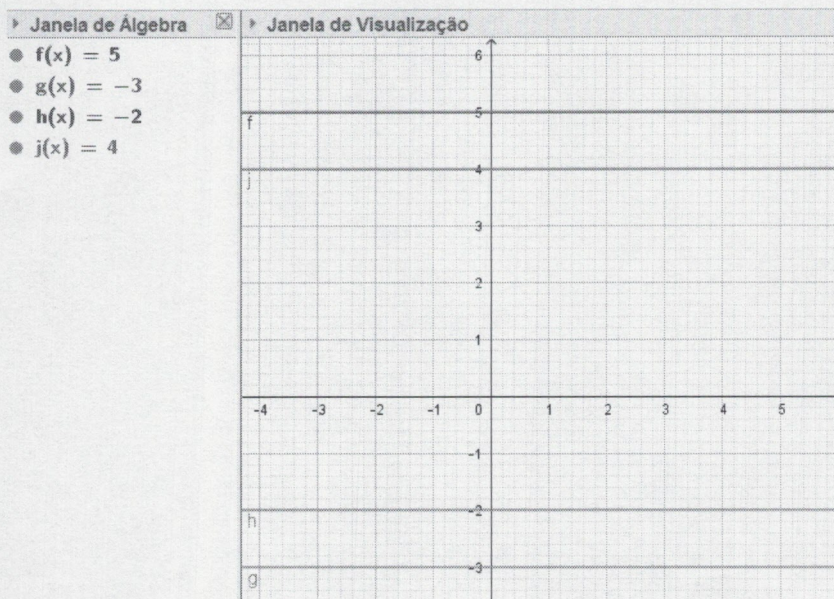
2.3. Função Constante

Quando uma função polinomial de 1º grau tem o coeficiente $a = 0$, a função se reduz a $f(x) = b$, para todo $x \in \mathbf{R}$, ou seja, uma **função constante**.

No Geogebra, no campo de Entrada digitaremos as seguintes funções constantes, e observaremos as suas modificações.

a) $f(x) = 5$

- b) $g(x) = -3$
 c) $h(x) = -2$
 d) $j(x) = 4$



- Podemos observar que todas as funções são retas constantes, e que o coeficiente “**b**” (**coeficiente linear**) representa onde a reta intercepta o eixo das ordenadas (**eixo y**).
- Função constante é um **reta paralela** ao eixo **x**.
- Se $b > 0$, então a reta fica acima do eixo **x**.
- Se $b > 0$, então a reta fica acima do eixo **x**.
- Se $b = 0$, então a reta será coincidente ao eixo **x**.

3. Função Polinomial do 2º grau ou quadrática

Uma função $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ chama-se **função quadrática** ou **função polinomial do 2º grau** quando existem números reais **a**, **b** e **c**, com $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbf{R}$.

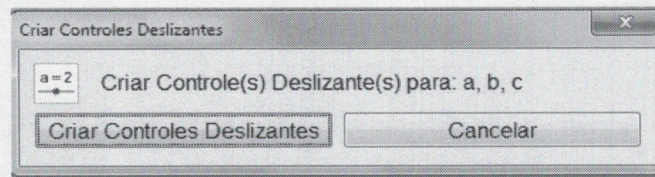
A função polinomial do 2º grau é apresentada como a representação de uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.

Utilizaremos o software Geogebra, para estudarmos melhor os gráficos das funções de 2º grau.

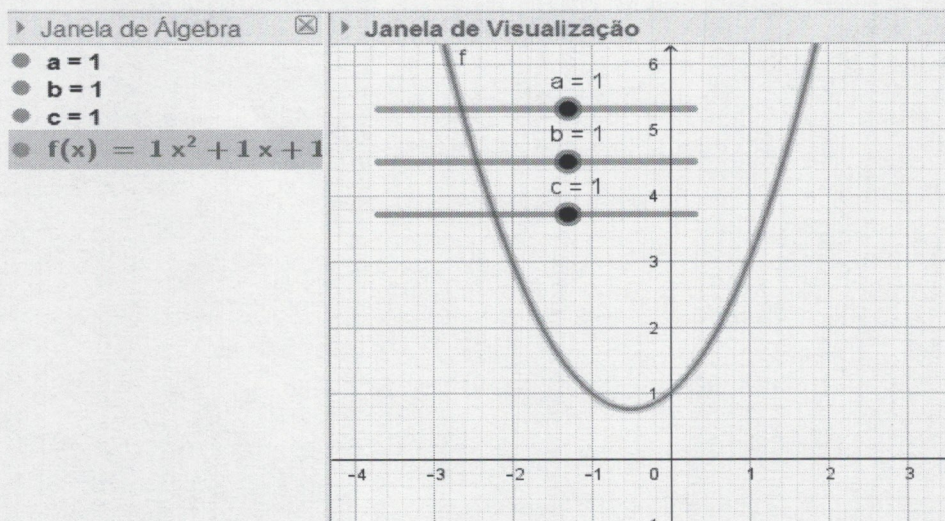
- No campo de Entrada do Geogebra digitaremos $f(x) = a * x^2 + b * x + c$ e teclamos Enter.


Entrada: $f(x) = a * x^2 + b * x + c$

- Aparecerá a mensagem, clique em “**Criar controles deslizantes**”

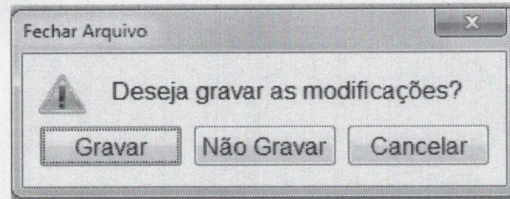


- Então na **Janela de Visualização** aparecerá a reta e os controles deslizantes **a**, **b** e **c**, e na **Janela de Álgebra** a função (f) de modo geral e os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c**.



- Com a ferramenta “**Mover**” , clique em cima do controle deslizante “**a**” e movimente-o para o lado direito e esquerdo verificando as alterações que aconteceram no gráfico com a mudança de valores do coeficiente “**a**”.
- Repita o procedimento com o controle deslizante “**b**”, e observe as suas modificações.
- Faça o mesmo com o controle deslizante “**c**”, e verifique as alterações no gráfico.

- Clique em “Arquivo”, em seguida em “Novo”, por fim aparecerá a mensagem



- Clique em “Não Gravar”.

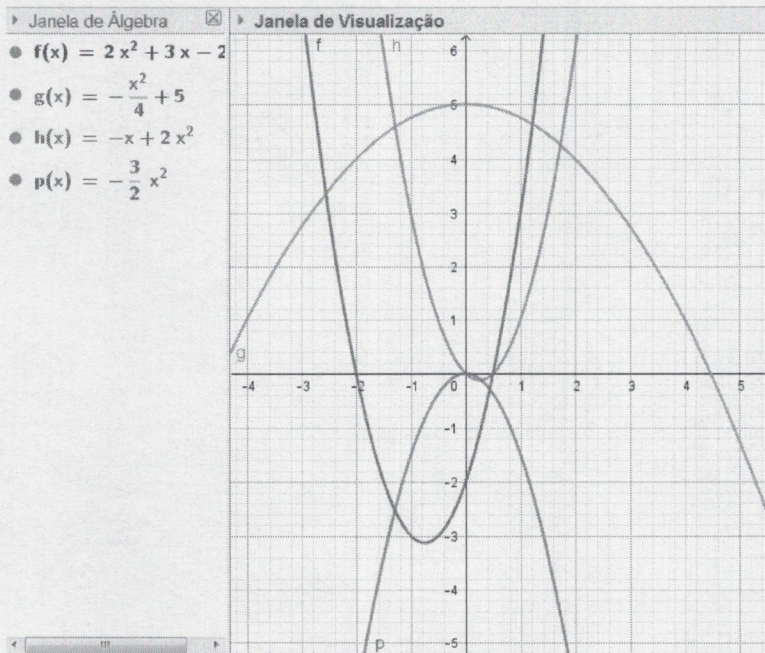
Exemplos:

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 2, \text{ em que } a = 2, b = 3 \text{ e } c = -2$$

$$g(x) = -\frac{x^2}{4} + 5, \text{ em que } a = \frac{1}{4}, b = 0 \text{ e } c = 5$$

$$h(x) = -x + 2x^2, \text{ em que } a = 2, b = -1 \text{ e } c = 0$$

$$j(x) = -\frac{3}{2}x^2, \text{ em que } a = -\frac{3}{2}, b = 0 \text{ e } c = 0$$



3.1. A parábola

O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada parábola.

As parábolas podem ter a abertura (concavidade) voltada para cima ou para baixo.

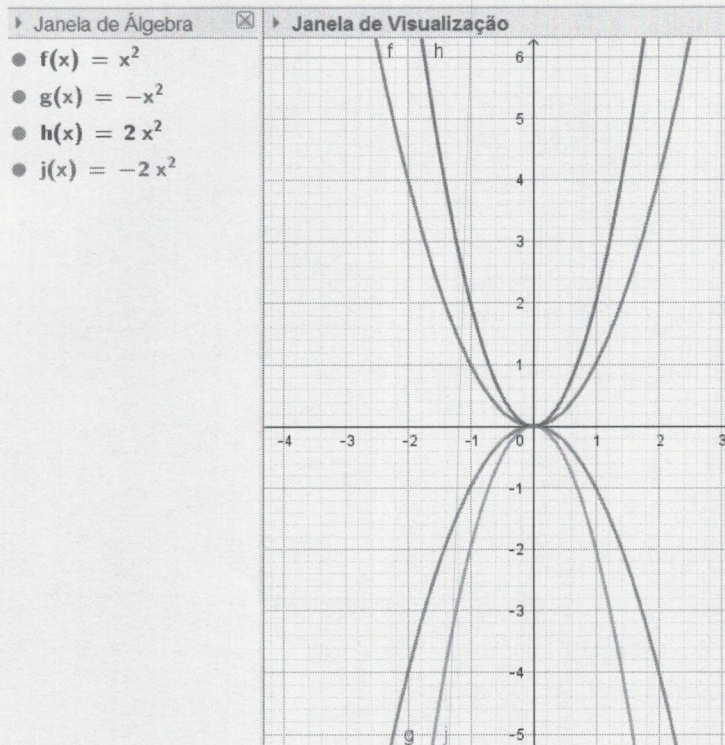
1) Utilizaremos o software Geogebra, onde criaremos as seguintes funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = -x^2$

c) $h(x) = 2x^2$

d) $j(x) = -2x^2$



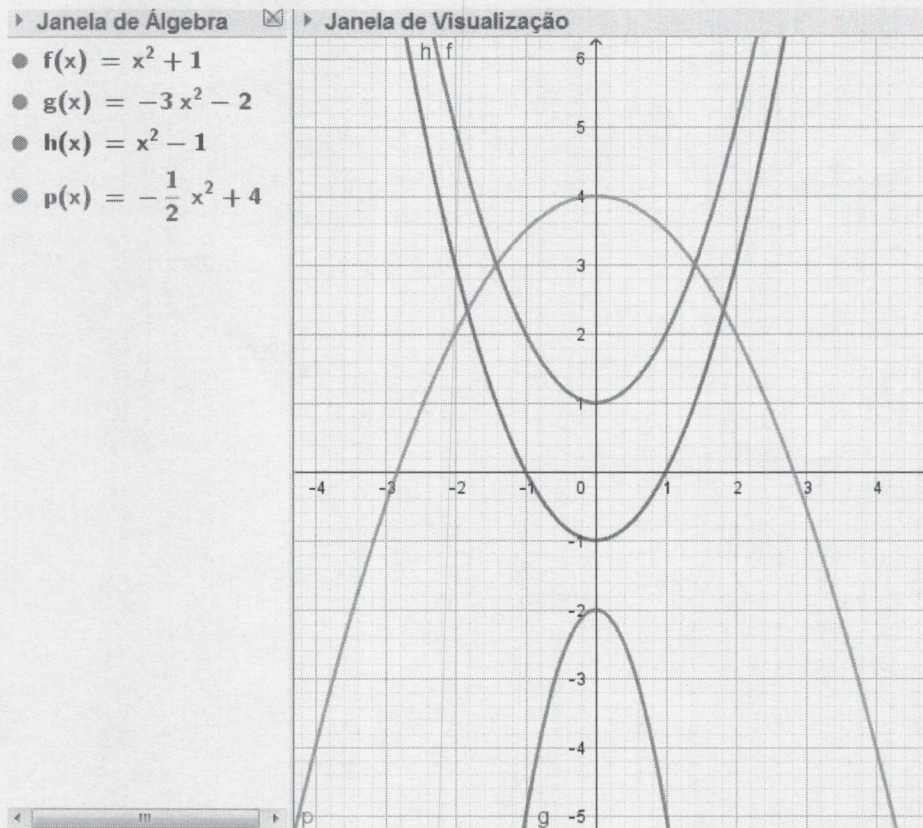
- Se o sinal do coeficiente “a” for **positivo** ($a > 0$), a parábola tem a concavidade voltada para cima.
- Se o sinal do coeficiente “a” for **negativo** ($a < 0$), a parábola tem a concavidade voltada para **baixo**.
- Podemos observar que quanto “**Maior**” for o valor absoluto do coeficiente “a”, mais “**fechada**” será a parábola, ou seja, mais próxima do eixo y.
- E quanto “**Menor**” for o valor absoluto do coeficiente “b”, mais “**aberta**” será a parábola, ou seja, mais distante do eixo y.

3.2. O ponto em que a parábola intercepta o eixo do y (deslocamento vertical)

As coordenadas do ponto em que a parábola correspondente intercepta o eixo y são $(0, c)$.

2) No software Geogebra construíremos os gráficos das funções em um mesmo plano cartesiano para visualização e interpretação.

- a) $f(x) = x^2 + 1$
 b) $g(x) = -3x^2 - 2$
 c) $h(x) = x^2 - 1$
 d) $j(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4$



- Notamos que a parábola intercepta o eixo y no ponto $(0, c)$, ou seja, o **valor da ordenada** é o **valor do coeficiente “c”** da função.
- Se o coeficiente $c > 0$, o ponto de intersecção no eixo do y é **positivo**.
- Se o coeficiente $c < 0$, o ponto de intersecção no eixo y é **negativo**.

3.3. Os zeros das funções

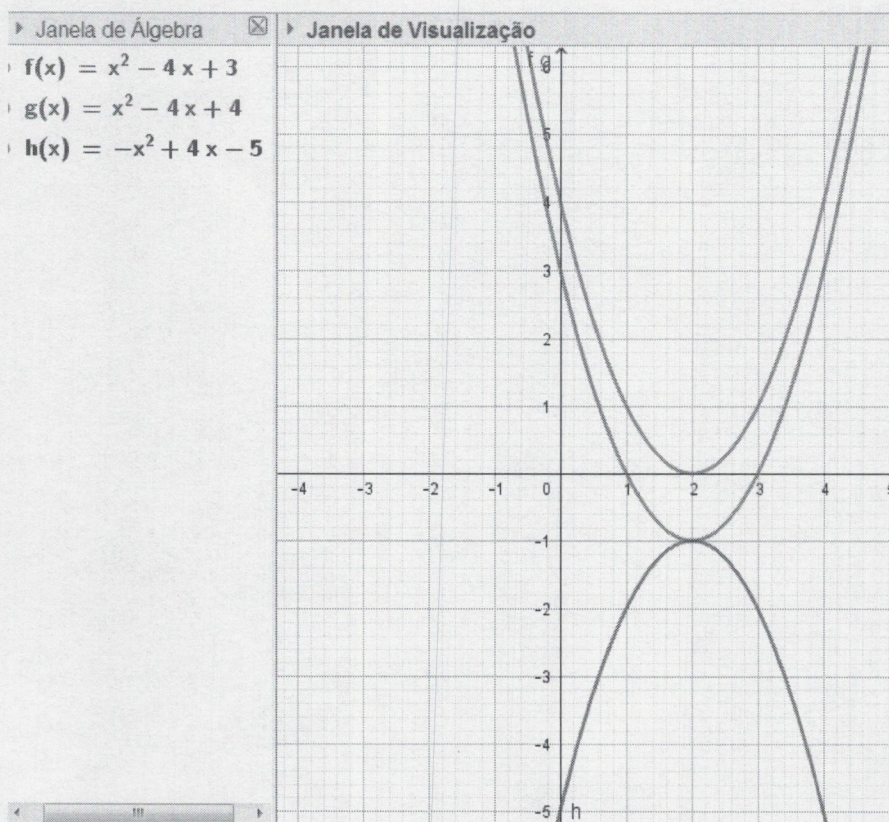
No gráfico, os zeros de uma função quadrática são as abscissas dos pontos em que a parábola intercepta o eixo x . Os zeros da função são as **raízes** da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

3) Usaremos o Geogebra para verificação das raízes.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $g(x) = x^2 - 4x + 4$

c) $h(x) = -x^2 + 4x - 5$



- Se $\Delta > 0$, então a intersecção da parábola terá dois distintos valores correspondentes no eixo x .

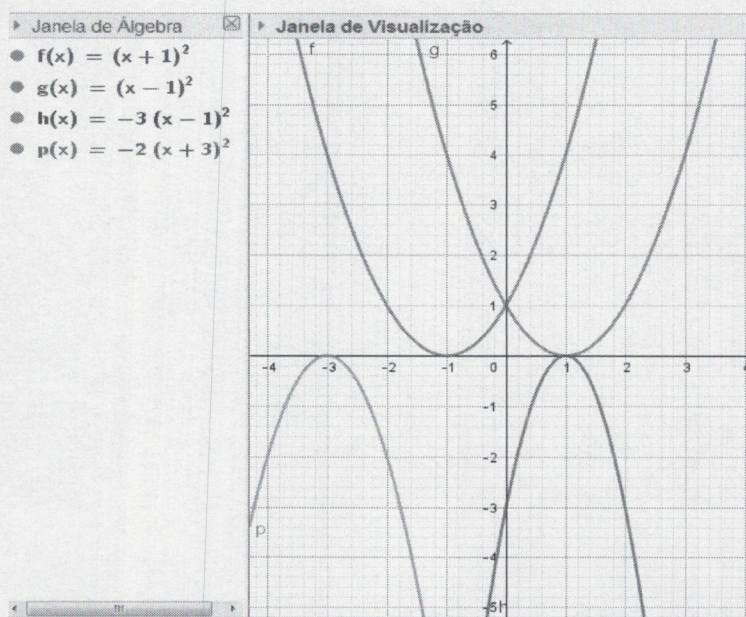
- Se o $\Delta < 0$, então a intersecção da parábola não terá nenhum ponto correspondente no eixo x .
- Se o $\Delta = 0$, então a intersecção da parábola terá um único valor correspondente no eixo x .

3.4. Deslocamento horizontal

Proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra ocorre quando temos y diretamente proporcional não a x^2 , mas a $(x - h)^2$.

4) Usaremos o software GeoGebra para entendermos melhor.

- $f(x) = (x + 1)^2$
- $g(x) = (x - 1)^2$
- $h(x) = -3(x - 1)^2$
- $j(x) = -2(x + 3)^2$



O deslocamento horizontal é de h unidade então:

Se o $h > 0$, então o deslocamento vai para **direita**.

Se o $h < 0$, então o deslocamento vai para **esquerda**.

4. Conclusão

A proposta apresenta uma articulação metodológica entre história da Matemática e a utilização de ferramentas digitais (software GeoGebra) como sensibilizadores da aprendizagem. O trabalho com o software permitirá comparar, analisar e conjecturar sobre os conceitos inerentes do estudo de funções e assim produzir conhecimento significativo do conteúdo.

5. Referências Bibliográficas

ARAÚJO, Josias Júlio. **Atividades exploratórias de Álgebra e Geometria com a utilização do software Geogebra para a formação continuada de Professores de Matemática do Ensino Fundamental**, 2017; acesso em 05/02/2019 as 9:00h. <https://www.pppedmat.ufop.br>

BARROSO, Juliane Mastsubara. **Conexão com a Matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

MACÊDO, Daniel Freire; AVELAR, Ângela Maria Freire; ALVES, Suênia dos Santos Nascimento; NASCIMENTO, Maria do Carmo; LINS, Abigail Fregni. **Importância da Utilização do Aplicativo GeoGebra em aulas de Matemática: Experiência vivenciada em uma escola da Educação Básica**; Acesso em 25/01/2019 as 7:00. <http://www.editorarealize.com.br>

WOLFF, Maria Eliza. **Os desafios da escola pública Paranaense na perspectiva do Professor**, 2013; acesso em 20/01/2019 as 13:00h. www.educacao.pr.gov.br