

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO

Orientando: Cassia Andretta Cepi TEIXEIRA¹
Orientadora: Prof. MSc. Angela Cristina BONINI²

RESUMO

O presente artigo teve como objetivo mostrar as dificuldades que os alunos apresentam quando precisam encontrar uma incógnita, ou seja achar o número que está descrito em forma de letra, mas cujo valor precisa ser encontrado e só superando essa etapa é que os alunos de Ensino Médio darão continuidade na aprendizagem de adição e subtração de matrizes, bem como, verificou se o livro didático influencia nessa tarefa, no sentido de apresentar modelos de atividades mais atraentes, podendo despertar o interesse e a importância desse aprendizado. Os referenciais teóricos utilizados para a pesquisa foram livros didáticos e autores pertinentes ao tema, e a normatização foi investigada na BNCC. A partir dessa revisão o método aplicado foi de coleta de dados através de um questionário para alunos da rede pública, onde foi apurado que as dificuldades podem ser superadas com o esforço do aluno e facilitadas pelo ensinamento do professor, mesmo sem a presença de um material concreto, no caso o livro didático.

PALAVRAS-CHAVE:

Matrizes; Aprendizagem; Aluno.

INTRODUÇÃO

As matrizes são objetos matemáticos estudados dentro da Álgebra Linear, cujo aprendizado inicial de suas operações ocorrem no Ensino Médio, momento este que os alunos estão consolidando todos os conteúdos curriculares propostos para a formação básica e passagem para o Ensino Superior.

Durante o aprendizado surgem as dificuldades dos alunos para colocar em prática os dados das operações. Nesse sentido o estudo proposto foi encontrar uma explicação para a situação instaurada na relação do aluno com a aprendizagem das operações de matrizes no Ensino Médio e a importância de ministrar esse conteúdo para esse tipo de público.

¹Graduando em Matemática – FIRA – Faculdades Integradas Regionais de Avaré – 18700-902 – Avaré - SP – Brasil – cassiaandretta74@gmail.com

² Departamento de Matemática - FIRA - Faculdades Integradas Regionais de Avaré - 18700-902 – Avaré - SP-Brasil - angelabonini@hotmail.com

Averiguar a maneira como os livros didáticos abordam a teoria de adição e subtração das matrizes e se esse recurso impacta o aprendizado. A forma encontrada para esse alcance foi a realização de uma pesquisa em livros didáticos, considerando as facilidades e dificuldades apresentadas pelos autores.

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular), PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) dispõem sobre a importância do ensino de adição e subtração de matrizes independentemente de métodos utilizados pelos professores para o ensino de um sistema matricial, portanto, o estudo pode verificar as dificuldades mais comuns enfrentadas pelos alunos, através da aplicação de um questionário para uma turma de Ensino Médio, refletindo sobre as respostas ofertadas, alinhando uma discussão com a literatura visitada, conclui-se que quando o aluno identifica em seu cotidiano uma matriz, como uma conta de luz, ou a tabela de pontos de um campeonato de futebol, reconhecendo sua importância fica mais fácil de despertar seu interesse para o aprendizado em questão e o livro didático pode ser um recurso facilitador, mas o professor e o agente que faz a ponte entre os dois.

REFERENCIAL TEÓRICO

Para o estudo pretendido, segue abaixo uma sequência de leituras que trazem a luz na fundamentação sobre Matrizes, para isso, seguindo uma sequência desde o momento que a palavra Matriz foi inserida no contexto matemático.

Segundo BERNARDES e ROQUE (2016) o termo Matriz foi introduzido pelo matemático britânico James Joseph Sylvester no ano de 1950, para resolução de um problema de natureza geométrica. Oito anos depois seu amigo Arthur Cayley publicou uma memória definindo as operações com matrizes e suas propriedades. O significado da palavra matriz que o autor faz menção de local onde algo é gerado ou criado, a princípio estabeleceu uma relação com Tabela.

“Apesar dos trabalhos de Sylvester e de Cayley sobre matrizes, bem como de outros que se seguiram, os tratados de álgebra só passaram a adotar a representação matricial em seus textos a partir do final do século e a linguagem matricial só se popularizou a partir de 1920”. BERNARDES (2016).

No caderno do aluno utilizado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo o conceito é descrito: “O significado imediatamente associado as matrizes é o de uma tabela de dupla entrada contendo dados numéricos”. (Caderno do Aluno SED, 2017 p. 61), a partir desses dados expostos é possível criar novos dados através de soma ou subtração.

De acordo com o Ministério da Educação, através da Base Nacional Curricular Comum, o aluno de 2º ano deve: “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2019, p. 531), que complementa, alinhada com a competência a habilidade a ser desenvolvida é: “Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais”. (BRASIL, 2019 p. 531).

Para justificar a necessidade de desenvolver essa competência, vale observar a justificativa proposta nessa BNCC.

“Assim, as aprendizagens previstas para o Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa”. (BRASIL, 2019 p.530).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997, cujo objetivo é o de apontar metas de qualidade para ajudar o aluno no enfrentamento do mundo atual, na área específica de Matemática, como um instrumento para lidar com situações da vida cotidiana e para isso afirma:

“[...] é necessário também dominar códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos e relacioná-los à linguagem discursiva. Além disso, o aluno precisa analisar e compreender a situação por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, se expressar e fazer registros”. (BRASIL, 1997 p. 112).

Continuando com os PCNs, a área a ser desenvolvida que inclui os problemas com matrizes é: “Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas”. (BRASIL, 1997 p.114).

Supracitado a normatização, segue uma consulta em livros didáticos para aprendizagem sobre Matrizes.

As imagens abaixo foram coletadas de três autores diferentes, todavia é possível perceber que a forma como as atividades estão expostas é muito similar, considerando as particularidades de cada autor, já é possível concluir que a disposição para resolução de problemas matemáticos não tem muita diferença de um autor para outro, exceto cores, que uns utilizam mais e outro menos.

Figura 1 - livro didático de Smole e Diniz

Em nosso dia a dia, com frequência lidamos com elementos dispostos em **linhas** (filas horizontais) e em **colunas** (filas verticais), formando uma tabela retangular. Em linguagem matemática, uma tabela retangular de números é denominada **matriz**.

As redes de comunicação entre aeroportos, rodovias e ferrovias e as redes viárias de um bairro ou cidade são exemplos do que pode ser descrito por **matrizes**.

Uma companhia aérea que serve o aeroporto da cidade de São Luís, no Maranhão, registra em uma tabela com o valor 1 quando faz a ligação desta cidade com outras e com o valor zero quando a companhia não liga o aeroporto de uma cidade a outra.

Fonte: Smole e Diniz 2016.

Figura 2 - Adição de Matrizes

3 Adição de matrizes

Consideremos a produção de carros de modelos I e II, nas cores azul, verde e branco, de uma indústria automobilística nos meses de janeiro e fevereiro de um mesmo ano.

Produção de janeiro			Produção de fevereiro		
Cor \ Modelo	I	II	Cor \ Modelo	I	II
Azul	200	190	Azul	220	205
Verde	180	150	Verde	210	170
Branco	120	100	Branco	130	110

Adicionando os elementos de mesma posição das duas tabelas, obtemos a produção do bimestre janeiro-fevereiro, como indicado na tabela ao lado.

Vamos representar as tabelas anteriores por meio de matrizes.

$$\begin{bmatrix} 200 & 190 \\ 180 & 150 \\ 120 & 100 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 220 & 205 \\ 210 & 170 \\ 130 & 110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 + 220 & 190 + 205 \\ 180 + 210 & 150 + 170 \\ 120 + 130 & 100 + 110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 420 & 395 \\ 390 & 320 \\ 250 & 210 \end{bmatrix}$$

Produção de janeiro-fevereiro		
Cor \ Modelo	I	II
Azul	420	395
Verde	390	320
Branco	250	210

Fonte: Quadro de Smole e Diniz 2016.

Figura 3- Subtração de Matrizes

Subtração de matrizes

Dadas as matrizes **A** e **B**, de mesmo tipo, a matriz $A + (-B)$ é denominada **diferença** entre **A** e **B**. Indicamos por $A - B$.

Exemplo:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, \text{ então } A - B = \begin{bmatrix} 6 - 4 & 1 - 1 \\ 2 - 1 & 3 - 2 \\ 7 - 5 & 4 - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Matriz

Fonte: Quadro de Smole e Diniz 2016.

A concepção das autoras Smole e Diniz é de que quando o aluno apresenta um bom domínio da língua materna, conseqüentemente ele será um melhor leitor de matemática, portanto, apresenta em seu livro uma figura bem limpa, sem muitas cores para não atrapalhar a visualização, expressando de uma forma bem simples e nítida os problemas para que o aluno possa visualizar apenas, a partir de números e sinais. A primeira figura é encontrada em forma de quadro, onde aparece a definição de matriz e exemplos para melhor fundamentar o leitor. Na figura 2 as autoras recorrem de usar uma cor na primeira coluna e a mesma cor na primeira linha, local este que os dados solicitados estão inseridos, isso demonstra que o uso da cor amarela é para chamar a atenção, naquilo que não pode ser alterado e somente transportado para a nova matriz que vai surgir. As operações são somas dos números das duas tabelas, cujos resultados deram origem a terceira matriz. Na figura 3, os dados não estão inseridos dentro de tabelas, neste caso pode representar uma certa dificuldade para o aluno que não vai relacionar os números numa mesma direção dentro das chave, sabendo que tanto a soma como a subtração deve ocorrer linha por linha, mesmo que essas linhas não estejam visíveis.

Figura 4 – Adição e Subtração

5 ○ Adição e subtração

Adição de matrizes

Dadas duas matrizes, $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$, a matriz soma $A + B$ é a matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$, em que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ para todo i e todo j .

Em outras palavras, a matriz soma C é do mesmo tipo que A e B e é tal que cada um de seus elementos é a soma de elementos correspondentes de A e B , como podemos observar nas somas:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Matriz oposta

Fonte: Iezzi e outros 2016.

Figura 5 – Subtração de Matrizes

Subtração de matrizes

Dadas duas matrizes, $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$, definimos a matriz diferença $A - B$ como a soma de A com a oposta de B ; isto é: $A - B = A + (-B)$.

Vejamos estes exemplos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Fonte: Iezzi e outros 2016.

As figuras 4 e 5 são do livro didático de Matemática de Gelson Iezzi e colaboradores. A opinião de Iezzi e os demais é que o conteúdo de matemática do ensino médio é muito extenso e que cada professor dispõem dos tópicos atendendo a sua metodologia, motivo este que o livro é um volume único, todo conteúdo num lugar só, e os recursos que chamam atenção do aluno estão na breve contextualização que

eles estabelece com o entorno e colocam nos problemas apresentados, reservando o colorido para marcar os tópicos. Na figura 4 aparece a soma de duas matrizes com uma linguagem de códigos em forma de letras, característica própria da linguagem matemática, essas letras são substituídas por números, ou seja, é necessário substituir para depois somar. A figura 5 apresenta o mesmo aspecto da figura 4, só que é uma operação oposta ou a subtração, primeiro tem que substituir para depois subtrair. Quando o aluno segue o passo-a passo com tranquilidade de um bom leitor, resolve esse tipo de operação sem muitas complicações. O fato de que os números estão dispostos dentro de parênteses, num primeiro momento apresenta dificuldade, quando os outros parênteses vão sendo formados dá para entender que na verdade os parênteses foram colocados para facilitar.

Figura 6- Adição de Matrizes

Adição de matrizes

Consideremos duas matrizes, A e B , do tipo 3×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 8 & -6 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 7 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vamos determinar uma matriz C tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, ou seja, $A + B = C$:

$$\overbrace{\begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 8 & -6 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}}^A + \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 7 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}}^B = \begin{pmatrix} 3+1 & 5+(-4) & (-2)+(-1) \\ 2+7 & 8+0 & (-6)+2 \\ 1+3 & 4+1 & 2+0 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 9 & 8 & -4 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}}^C$$

A matriz C assim obtida denomina-se **soma da matriz A com a matriz B** ou **soma das matrizes A e B** . Assim:

Dadas duas matrizes, A e B , do mesmo tipo, $m \times n$, denomina-se soma da matriz A com a matriz B , que representamos por $A + B$, a matriz C do tipo $m \times n$ na qual cada elemento é obtido adicionando-se os elementos correspondentes de A e B .

Fonte: Dante, 2016.

Figura 7 – Subtração de Matrizes

Subtração de matrizes

Sendo A e B duas matrizes do tipo $m \times n$, denomina-se diferença entre A e B (representada por $A - B$) a soma da matriz A com a matriz oposta de B , isto é,
 $A - B = A + (-B)$.

Para refletir
Lembra-se da diferença entre números inteiros?
 $3 - 4 = 3 + (-4)$

Por exemplo:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 10 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 10 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 & -6 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 14 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

Fonte: Dante, 2016.

Para Dante o autor do livro *Contextos & Aplicações a matemática é o mundo real* representado em forma de números, portanto em seu livro ele procura dar condições do aluno compreender as ideias básicas de matemática relacionando os problemas com alguma temática que envolve o ser humano. Não dispensa a parte teórica porque ela é a explicação de tudo a partir da origem. Na figura 6 o autor utiliza o mesmo modelo do livro de Iezzi (acima) com o detalhe de colocar a explicação, ou a fórmula a ser resolvida dentro de um quadrinho pintado de lilás, para chamar a atenção do aluno. Na figura 7, ele dispõe do mesmo formato, acrescentando um outro quadro para trazer a memória aquilo que o aluno já estudou.

Evidenciando a importância do ensino das Matrizes pela BNCC, bem como apresentando os formatos dos livros didáticos consultados, onde o pensamento de Saviani serve para reafirmar:

“[...] de um lado, a identificação dos elementos culturais que precisam ser assimilados pelos indivíduos da espécie humana para que eles se tornem humanos e, de outro lado e concomitante à descoberta das formas mais adequadas para atingir esse objetivo” (SAVIANI 2000 p. 17)

Ao considerar os livros e a maneira como cada professor desenvolve seus ensinamentos é necessário observar como cada aluno recebe esses ensinamentos, e nesse sentido vale a colaboração de (NUNES e SILVEIRA, 2015, p. 9) “[...]para que a aprendizagem ocorra de forma significativa, é essencial à consideração dos conhecimentos que o aluno traz para a sala de aula, sua forma de compreender, seus

interesses”. Para que o aluno, de fato, aprenda é necessário que esse aprendizado tenha importância para ele, conforme o pensamento das autoras acima.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Além do estudo de revisão literária, em busca de uma reflexão qualitativa, através de fichamento das referidas leituras para demonstrar a importância ou não do ensino de resolução de problemas com matrizes e de como esse ensinamento é transferido no espaço escolar tem como suporte uma coleta de dados através de um questionário online, em que alunos de ambos os sexos, matriculados em rede pública de ensino, mais propriamente na cidade de Avaré, para uma turma de segunda série do Ensino Médio que responderam algumas perguntas fechadas que ficaram disponível na internet, através do Google Forms®, conforme endereço em apêndice.

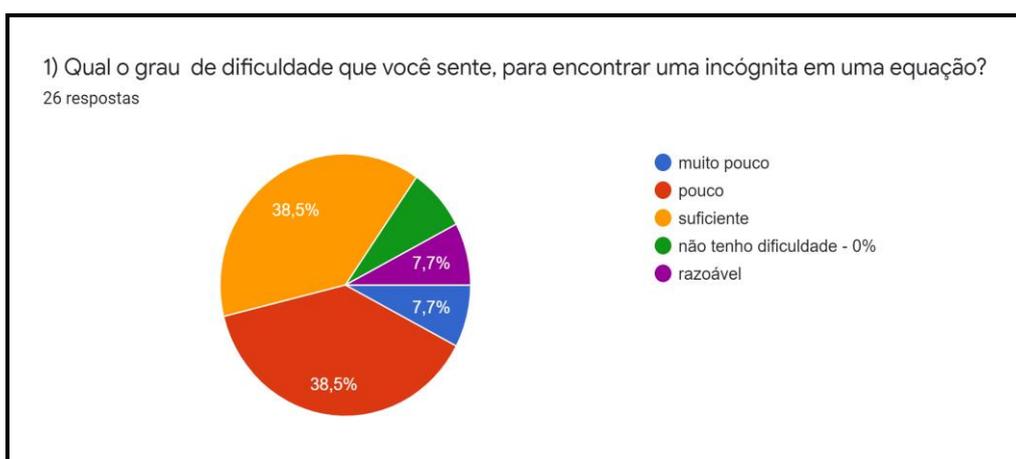
Esse questionário abordou questões relacionadas ao ensino da Matemática, bem como do interesse pelo estudo dessa área de conhecimento e a relação que eles compreendem do cotidiano com a Matemática. Os dados foram tabulados no programa Microsoft Office Excel® (2010) e os resultados estão representados em porcentagem (%) de acordo com as frequências das respostas, representados abaixo, em forma de gráficos e tabelas, com a finalidade de alimentar as discussões sobre o tema acima. O questionário aplicado segue em anexo para possível apreciação.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O questionário foi composto de 12 questões de múltipla escolha, aplicado em uma sala de aula de 2º ano do Ensino Médio, não alcançando a confiabilidade desejada pela pequena amostragem, que, pode ocasionar uma certa mobilidade se comparada com coletas de maior número de respostas. Isso se deu ao fato da imposição de fechamento das escolas no decorrer deste ano de 2020 por causa da Pandemia do Covid 19, apenas 26 alunos responderam o questionário, muitos dos alunos não conseguiram acompanhar as aulas virtuais.

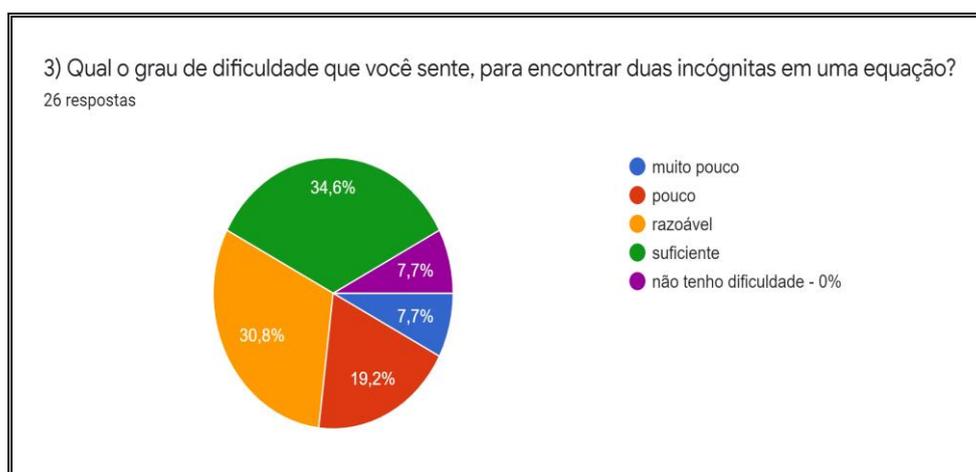
Os resultados serão descritos de acordo com a sequência de perguntas do questionário.

Figura 8 – Gráfico da questão 1



Fonte: Google Forms®/2020

Figura 9 – Gráfico da questão 3



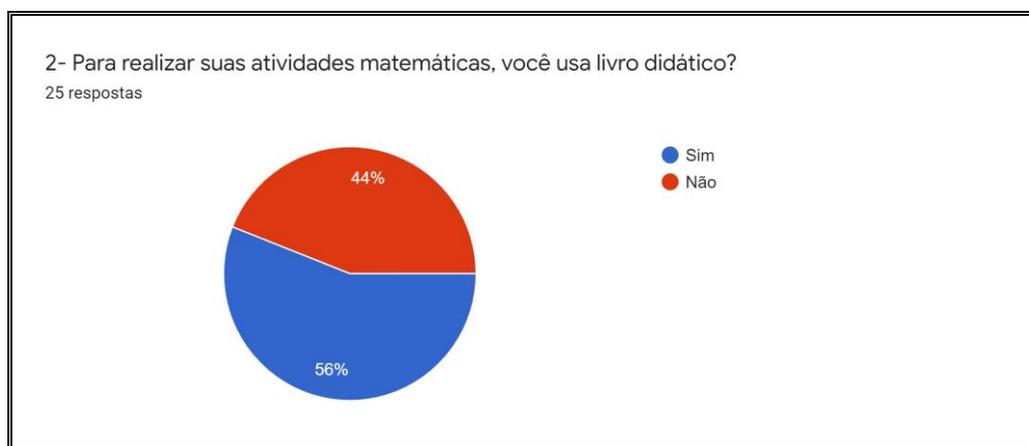
Fonte: Google Forms®/2020

Na primeira e terceira questão, que são similares, uma pergunta sobre uma incógnita, outra pergunta sobre duas incógnitas, o gráfico da primeira questão demonstra que dentre os 26 participantes 38,5% respondeu que é suficiente o seu grau de dificuldade, acrescido de 38,5% que respondeu que é pouco. Nesta questão o que se revela é 77% apresenta algum tipo de dificuldade para encontrar incógnita em um problema. Vale ressaltar que a Matemática apresenta uma linguagem específica para resolução de problemas e a intimidade com esse repertório perpassa pelos anos escolares, de forma que a apropriação dessa linguagem demanda tempo, subentende-se que o aluno já tenha vivenciado bastante, as especificidades dessa disciplina, chegando ao Ensino Médio com conhecimentos prévios, caracterizado pelo ensino de equações com resolução de uma e duas incógnitas de acordo com as habilidades

previstas na BNCC para o 8º ano do Ensino Fundamental: “Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano” (BRASIL, 2019, p. 310).

Para as respostas de 26 participantes, a de se considerar que 7,7% um percentual muito baixo na resposta que se refere a não ter dificuldades, logo esse mínimo representa que o aluno passou do ensino fundamental para o médio, num exercício constante de problemas com incógnitas e neste caso não apresenta dificuldades porque de fato aprendeu. Quando o aluno consegue localizar ou dar um valor para a letra de uma equação, basta fazer a substituição dentro do problema e realizar a operação solicitada, normalmente a montagem de uma matriz implica no encontro de incógnita ou de duas incógnitas, por exemplo, muitas vezes o aluno acha que uma equação termina quando acha o valor de x, mas não entende onde esse conhecimento vai ser aplicado. Normalmente quando aparece uma matriz com duas incógnitas, conforme o gráfico da questão três, fica mais difícil ainda. Acha o valor de x, depois tem que fazer outra conta para aplicar o valor de x e achar o valor de y para fazer outra conta depois da substituição para dar origem a nova matriz.

Figura 10 – Gráfico da questão 2

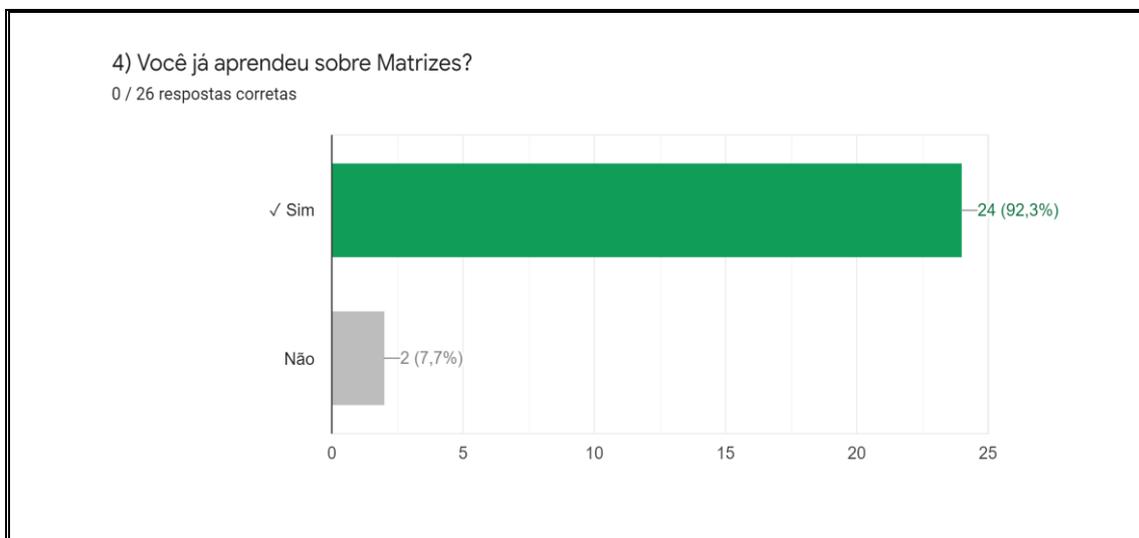


Fonte: Google Forms®/2020

A questão de número 2, que dispõe sobre o uso do livro didático, obteve um resultado mediano, já que um dos entrevistados não respondeu. A intenção desta, é para avaliar a importância das ilustrações que o livro apresenta para resolução de problemas, que é diferente de lista de exercícios (recurso simples) promovidos pelo professor, neste caso, a dificuldade do aluno não foi denunciada pelo tipo recurso utilizado. O aprendizado do aluno sobre matrizes aconteceu independente do livro

didático, embora a matemática seja considerada uma disciplina difícil e neste caso o livro é um suporte a mais, que pode facilitar a demanda do professor junto ao aluno e facilitar a própria ação do aluno de aprender com mais visualização.

Figura 11 – Gráfico da questão 4



Fonte: Google Forms®/2020

No gráfico acima foi evidenciado, na questão de número quatro, onde se pergunta sobre matrizes, o apontamento é para 92,3% dos entrevistados, mesmo através de aulas virtuais, neste ano de 2020, houve abordagem do tema, e o cumprimento do conteúdo proposto para o Ensino Médio, conforme BNCC.

“Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais”.(BRASIL, 2019, p. 544)

Figura 12 – Gráfico das questões 5 e 6

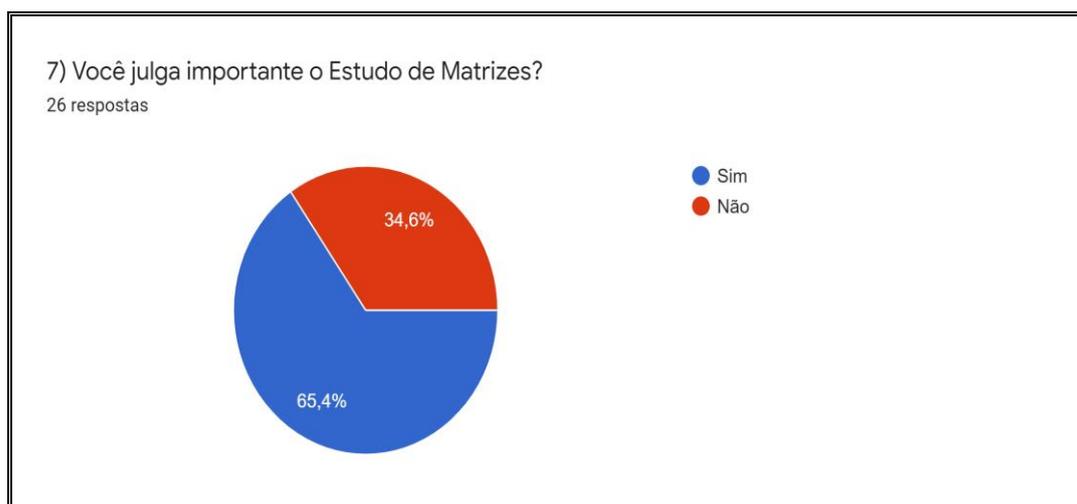
Dificuldades para realizar operações com matrizes/ 26 entrevistados

Grau de dificuldade	Soma de matrizes	Subtração de matrizes
Nenhuma dificuldade	7,7%	7,7%
Pouca dificuldade	7,7%	0
Dificuldades	84,6%	92,3%

Fonte: Próprio autor/2020

Nas questões de números 5 e 6, uma pergunta sobre dificuldades para realizar soma de matrizes e a outra sobre a dificuldade para realizar a subtração de matrizes, nas duas questões os resultados foram similares e apontam que a maioria dos entrevistados têm dificuldades para realizar as operações, conforme tabela acima, corroborando com as respostas dadas na primeira questão, que também apontou dificuldades para achar incógnitas, substituindo os números pelas letras.

Figura 13– Gráfico da questão 13

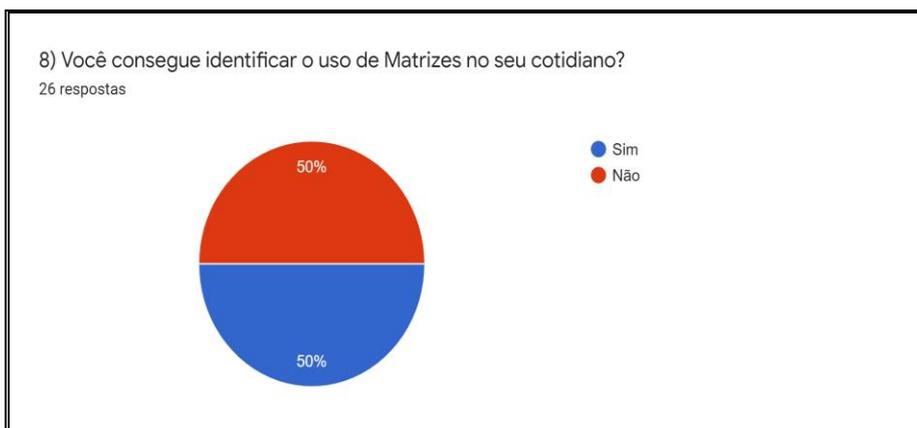


Fonte: Google Forms®/2020

A questão de número 7, gráfico acima, expõem que 65,4% julga importante o ensino de matrizes, mesmo afirmando que tem dificuldades para realizar as operações, enquanto que 34,6% não dá importância para esse estudo. O que pode justificar com alguns aspectos, tais como:

- Não entende o real significado de que as matrizes servem para selecionar dados numéricos em tabelas, onde as informações podem ser organizadas;
- Não reconhecem a utilização para sua vivência;
- Preferem dispensar as questões mais abstratas, tentando encontrar meios de resolver problemas com ajuda de outros ou até mesmo ignorando.
- Não gosta do professor, por isso, não gosta da disciplina.

Figura 14 – Gráfico da questão 8



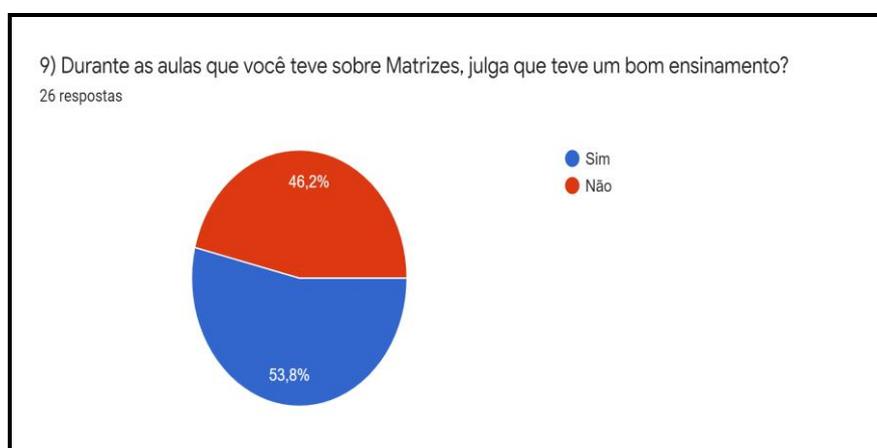
Fonte: Google Forms®/2020

O gráfico ilustra que metade dos entrevistados não conseguem identificar o uso das matrizes em seu meio, enquanto metade identifica, aqui cabe uma ressalva preocupante, normalmente um professor de Matemática procura trazer as aulas para uma visão concreta, nenhum aluno chega ao Ensino Médio sem ter pintado um calendário, ou utilizado uma conta de água para situação problema. O uso de tabelas é uma constância no acompanhamento dos conteúdos propostos em todas as disciplinas, o aluno pode não ligar o nome a algumas matrizes que ele já tenha utilizado.

A BNCC cita:

“Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho”. (BRASIL, 2019, p. 535).

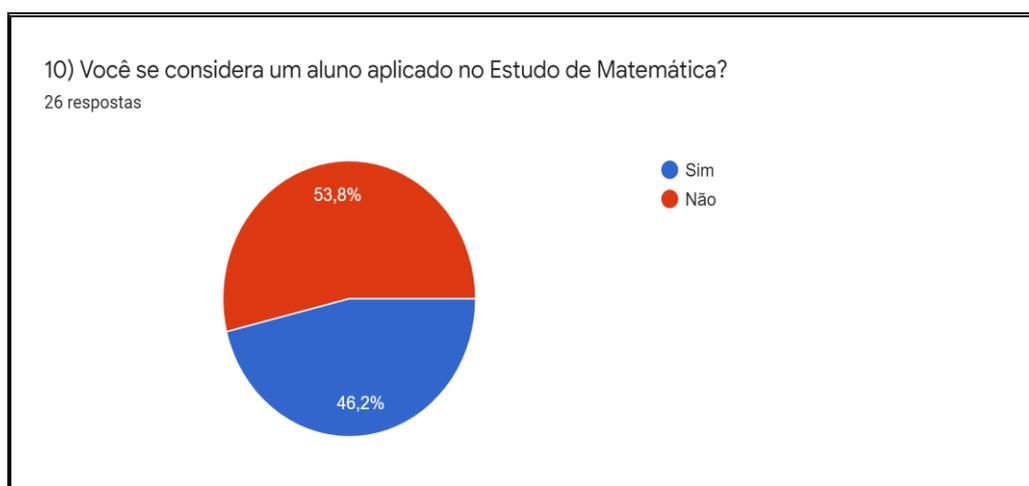
Figura 15 – Gráfico da questão 9



Fonte: Google Forms®/2020

Uma das questões de maior relevância, é que os mesmos entrevistados que num primeiro momento assinalaram muitas dificuldades para realizar operações, na questão de número 5 e 6, mais da metade aponta que teve um bom ensinamento, isso denota que, mesmo diante da dificuldade, um bom ensinamento permite a superação no aprendizado. Nesse caso as dificuldades foram sendo superadas pelo bom ensinamento que tiveram.

Figura 16 – Gráfico da questão 10



Fonte: Google Forms@/2020

Entre os entrevistados apenas 46,2% se consideram alunos aplicados em Matemática, no gráfico acima, considerando esta questão em relação as respostas dadas sobre um bom ensinamento que, mostra um percentual aproximado, conclui-se que o aluno aplicado, teve um bom ensinamento. Só aprende quem deseja de fato aprender.

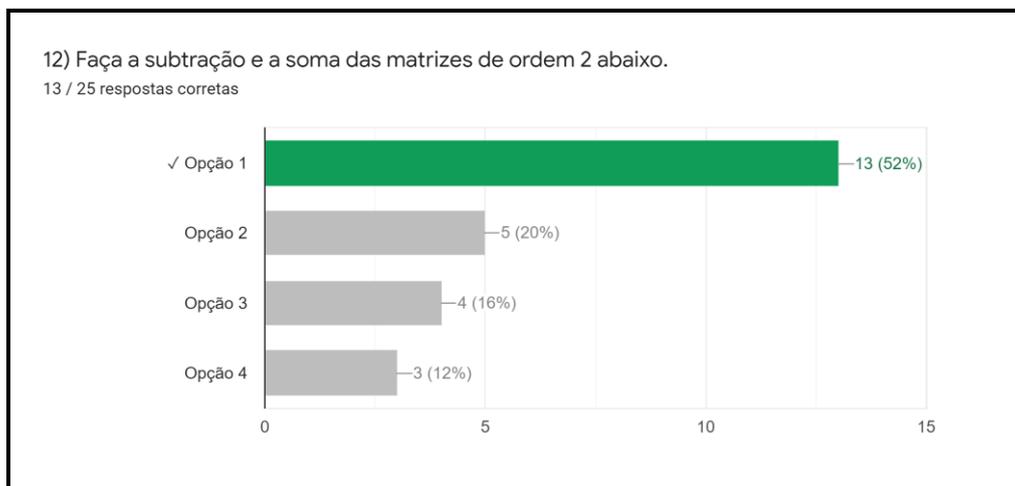
As questões de números 11 e 12 serviram para avaliar a capacidade de realização das duas operações investigadas neste estudo, servindo para justificar as demais questões tratadas no questionário aplicado, atestando que houve 56% de acertos quando da soma e 52% de acertos para a subtração de matrizes, no que é admissível afirmar que os alunos que acertaram são os mesmos que que tiveram um bom ensinamento, mesmo diante das dificuldades, considerando importante o ensino de matrizes e reconhecendo o uso delas no dia-a-dia.

Analisando os resultados negativos, constata-se que a porcentagem em relação a adição é menor que a da subtração, provavelmente a realização da soma seja de mais

fácil compreensão, embora apenas um entrevistado errou a subtração entre os que acertaram.

No exercício 11 a proposta era uma soma simples entre duas chaves, já no exercício 12 foi pedido adição e subtração no mesmo exercício.

Figura 17 – Gráfico da questão 12



Fonte: Google Forms®/2020

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir esse trabalho interessa a apresentação acerca dos livros didáticos como ferramenta para os alunos, que através dos autores escolhidos, foi certificado que a forma como a explicação é ilustrada, somado a informação da importância desse conhecimento sobre matrizes implícito nas situações problemas, atinge positivamente o aprendizado. A ferramenta de aprendizagem não funciona sozinha, dependem de quem utiliza, como utiliza e para que utiliza, essa observação está fundamentada e supracitada por NUNES E SILVEIRA (2015), que considera que a aprendizagem precisa ser significativa.

Em relação as dificuldades enfrentadas pelos alunos, foi apurado que, alunos aplicados, por mais dificuldades que encontrem durante a aprendizagem, conseguem superar com ajuda de uma boa aprendizagem e que sendo um bom aluno apresenta mais intimidade com a linguagem e especificidades afins da disciplina de Matemática.

O aluno é o sujeito do aprendizado, dele depende o esforço e dedicação para aquilo que é proposto, quando esse depara com um professor que facilita a sua compreensão fica mais fácil alcançar a aprendizagem, e a disciplina de Matemática

que trata de possibilidades concretas, tem a excelência de revelar experimentos próximos do cotidiano desse sujeito. Compete ao professor favorecer o aluno condições de aprendizagem, mediando suas dúvidas, estimulando sua curiosidade, valorizando sua capacidade de compreender uma informação. “A tarefa primordial do professor: seduzir o aluno para que ele deseje e, desejando, aprenda” (ALVES, 1994 p. 70) e continuando o raciocínio, bem poético de Rubens Alves, que dá ao professor mediador uma das melhores definições: “Se os professores entrassem nos mundos que existem na distração dos seus alunos eles ensinariam melhor. Tornar-se-iam companheiros de sonho e invenção” (ALVES, 1994 p. 80)

A amostragem se deu num grupo considerado pequeno, utilizando um questionário objetivo, de forma virtual, diferente de uma pesquisa de campo, onde o pesquisador pode atuar com perguntas mais explicativas e atingir uma quantidade maior de entrevistas, podendo alcançar resultados mais precisos sobre essa temática. Não esgotando jamais as possibilidades de aprendizagem, somente recortando para o ensinamento de matrizes conclui-se que como matrizes dão origem a novos formatos, a aprendizagem se realiza a partir de novos formatos.

BIBLIOGRAFIA

BERNARDES, Aline; ROQUE, Tatiane. **História da Noção de Matrizes: Uma releitura sob a luz de novas abordagens historiográficas**. UFRJ, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.16,no31/1%20-%20Aline%20Bernardes.pdf>> Acessado em 16 de abr. de 2020.

BERNARDES, Aline Caetano da Silva. **História e Ensino de Matrizes: promovendo reflexões sobre o Discurso Matemático**. UFRJ, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<https://www.cos.ufrj.br/uploadfile/publicacao/2606.pdf>>. Acessado em 23 de abr. de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum. BNCC**. Brasília, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_verseofinal_site.pdf>. Acessado em 05 de maio de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação e Desportos **Parâmetros Curriculares Nacionais. PNC**. Brasília, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acessado em 05 de maio de 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **MATEMÁTICA – Contexto & aplicações** Ed. Ática. São Paulo, 2016.

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilce de. **MATEMÁTICA CIÊNCIAS E APLICAÇÕES**. 2º ano do Ensino Médio. Ed. Saraiva. São Paulo, 2016.

NUNES, Ana Ignez Belém Lima. SILVEIRA, Rosemary Nascimento. **Psicologia da Aprendizagem**. Ed. UECE, Fortaleza, 2015.

SAVIANI, Demerval. **Pedagogia Histórico – crítica: primeiras aproximações**. Autores Associados. Campinas, 2000.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO. Caderno do Aluno. E.M. Matemática 2ª série v 1. São Paulo, 2017

SMOLE, Katia Stocco & DINIZ, Maria Inez. **Matemática para compreender o mundo**. Ensino Médio 2. Ed. Saraiva. São Paulo 2016.

Anexo 1 : Questionário Aplicado

1) Qual o grau de dificuldade que você sente, para encontrar uma incógnita em uma equação?

Muito
Muito pouco
Suficiente
Não tem dificuldade

2- Para realizar suas atividades matemáticas, você usa livro didático?

Sim
Não

3) Qual o grau de dificuldade que você sente, para encontrar duas incógnitas em uma equação?

Muito
Muito pouco
Suficiente
Não tem dificuldade

4) Você já aprendeu sobre Matrizes?

Sim
Não

5) Qual o grau de dificuldade para realizar a soma de Matrizes?

Muito
Muito pouco
Suficiente
Não tem dificuldade

6) Qual o grau de dificuldade para realizar subtração de Matrizes?

Muito
Muito pouco
Suficiente
Não tem dificuldade

7) Você julga importante o Estudo de Matrizes?

Sim
Não

8) Você consegue identificar o uso de Matrizes no seu cotidiano?

Sim
Não

9) Durante as aulas que você teve sobre Matrizes, julga que teve um bom ensinamento?

Sim
Não

10) Você se considera um aluno aplicado no Estudo de Matemática?

Sim
Não

11) Efetue a somas das matrizes quadradas de ordem 2 abaixo:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} =$$

12) Faça a subtração e a soma das matrizes de ordem 2 abaixo.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} =$$