ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO EM DUAS TURMAS DE SEGUNDA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO.

CAMPOS, Igor Brisola de[1]

Orientador: MSc. PIMENTEL, Danilo Eudes[2]

RESUMO:

O presente artigo relata o desenvolvimento de um teodolito utilizado para a melhoria da compreensão de conteúdos envolvendo trigonometria no triângulo retângulo. A proposta de uma nova metodologia foi empregada em duas salas de segunda série de ensino médio e dividida em três partes: aulas expositivas e avaliação inicial para analisar conhecimentos prévios, aula prática utilizando o teodolito apenas com a sala de menor rendimento na avaliação inicial e avaliação final para comparar o rendimento das duas salas. Dadas todas as orientações aos envolvidos, foi finalizada a atividade e feita observações e considerações sobre a metodologia aplicada.

PALAVRAS-CHAVE:

Trigonometria; teodolito; metodologia.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho se trata de uma atividade prática para o ensino da trigonometria no triângulo retângulo.

A escolha do tema surgiu durante o período de estágio, quando o professor observado na unidade, deu início aos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, conteúdo que desde a época de aluno, encantava o futuro licenciado.

---

[1] Acadêmico do 6° semestre do curso de licenciatura em Matemática (2017) das Faculdades Integradas Regionais de Avaré, igorbrisola93@gmail.com.

[1] Professor e Orientador das Faculdades Integradas Regionais de Avaré (FIRA), com formação em Licenciatura em Matemática, Mestrado pela UFSCar no Programa PPGCG daniloepimentel@yahoo.com.

A pesquisa ocorreu na Escola Estadual João Michelin, onde, com a supervisão do professor efetivo da unidade, o pesquisador se responsabilizou por duas salas de segunda série de Ensino Médio, dando início a uma investigação. Vendo a necessidade de uma de uma nova metodologia de ensino, desenvolveu uma atividade prática que colocou os estudantes em uma situação concreta, que posteriormente viria a melhorar a aprendizagem deles em relação ao conteúdo.

É preciso ter flexibilidade no estilo de lecionar, pois, mesmo com a evolução da educação, muitos professores mantêm práticas antigas no seu ensino em sala de aula, algo incoerente com a demanda dos novos alunos, cada vez mais atualizados do mundo contemporâneo.

Os PCNs (1998, p. 63) descrevem que:

> (...) o professor deve organizar seu trabalho de modo que os alunos desenvolvam a própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos e interagir de forma cooperativa com seus pares, na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Além dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a elaboração da atividade teve como principal referencial teórico o livro "A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS" de George Polya, na qual o autor apresenta uma reflexão a respeito de como resolver os problemas envolvendo a Matemática, além de uma série de quatro passos que divide o processo de resolução de problemas, os quais são:

- Compreender: É preciso compreender o problema. Qual a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição?
- Executar o plano: É entender o problema. Encontre a conexão entre os dados e a incógnita
- Examinar o plano: Execução do plano. Verificar cada Passo e saber se está claramente correto cada passo.
- Retrospecto: Examinar a solução obtida. Verificar resultado, argumento e se é possível chegar à resposta com outro caminho e utilizar em futuros exercícios.

A metodologia se dividiu em três etapas:

- Primeira etapa: aulas expositivas e avaliação para conhecimentos prévios;
- Segunda etapa: prática utilizando o teodolito;

- Terceira etapa: avaliação final e observações sobre a intervenção feita pelo futuro licenciado.

2 AULAS EXPOSITIVAS - 1ª PARTE

Na primeira semana de abril de 2018, foi iniciada uma série de cinco aulas expositivas, com duração de cinquenta minutos cada. Sob a devida supervisão do professor efetivo da unidade escolar, duas salas de segunda série de Ensino Médio receberam explicações referentes ao conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo durante aquela semana.

A primeira aula tratou dos conceitos do conteúdo (trigonometria no triângulo retângulo), logo, as relações de seno, cosseno e tangente foram devidamente explicadas. Na segunda aula foi apresentada uma série de questões envolvendo o tema, servindo de exemplo aos alunos, e que foram resolvidas aos poucos respondendo as dúvidas que surgiam à medida que o tempo se desenrolava na aula.

Nas outras três aulas os alunos receberam alguns exercícios para fazerem individualmente na sala, e uma lista servindo como tarefa de casa, e sob a tutela do professor e do pesquisador os alunos deram início á resolução.

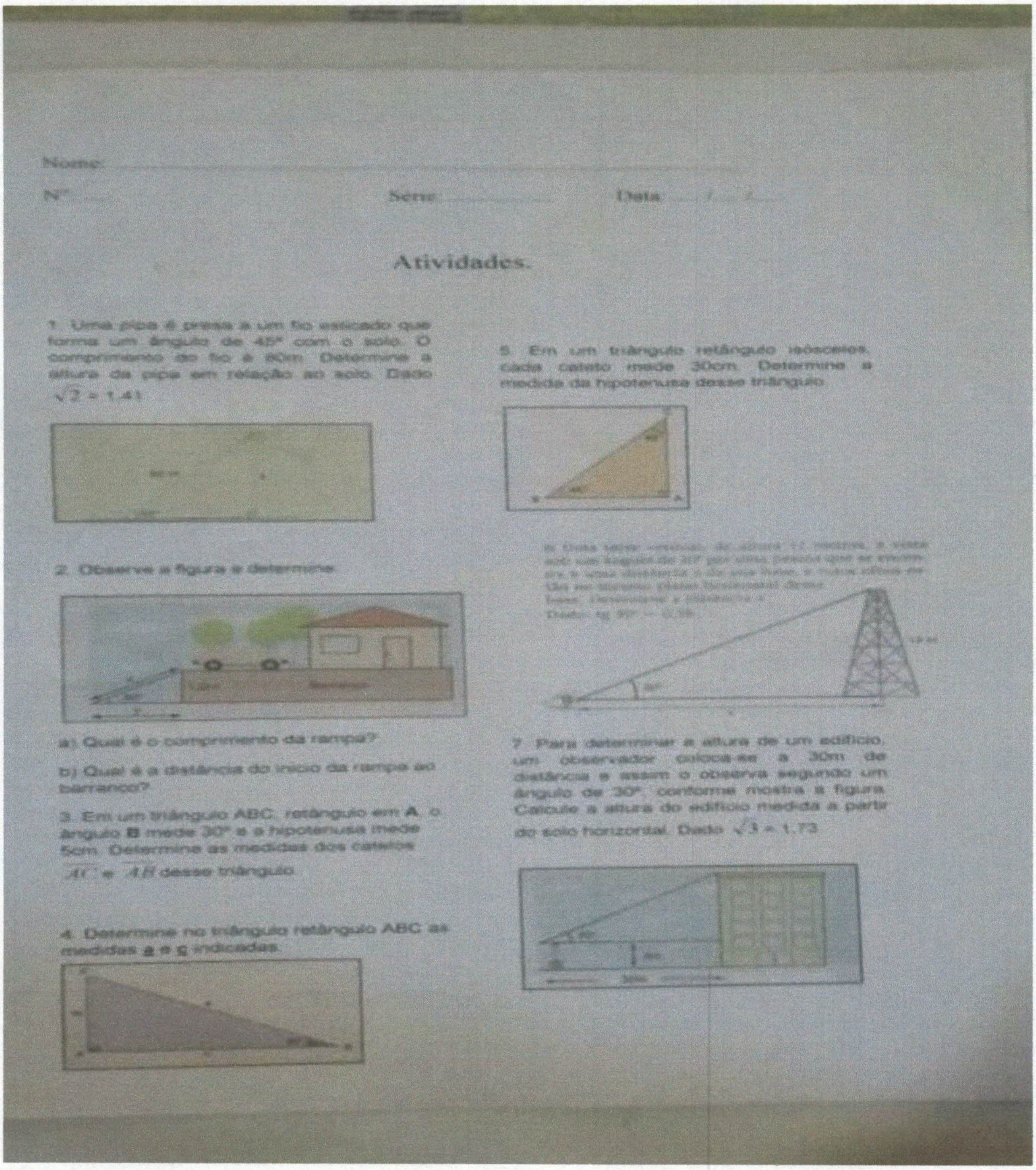
As aulas tiveram como objetivo, ensinar e reforçar conceitos da trigonometria (seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo) de forma detalhada, tentando deixar o assunto mais acessível aos alunos. Sem mencionar o fato de que, ministrar essas aulas, serviu como uma experiência única e rica em aprendizado para o pesquisador e futuro licenciado em Matemática.

3 AVALIAÇÃO PRÉVIA

Na semana seguinte da quinta aula mencionada anteriormente, as duas salas foram submetidas a uma atividade avaliatória individual, sendo dez a nota máxima a ser obtida, e com cem minutos de duração para ser realizada sem consulta.

A nota obtida seria levada em consideração pelo professor efetivo, e ao final do bimestre seria somada a média da prova mensal, motivando ainda mais os alunos a darem o seu melhor.

A avaliação contou com sete perguntas, envolvendo o conteúdo de trigonometria, como mostra a figura 1.



Nome:

Nº .... Série .... Data ..../..../....

Atividades.

1. Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento do fio é 80m. Determine a altura da pipa em relação ao solo. Dado $\sqrt{2} = 1{,}41$

2. Observe a figura e determine:

a) Qual é o comprimento da rampa?

b) Qual é a distância do início da rampa ao barranco?

3. Em um triângulo ABC, retângulo em **A**, o ângulo **B** mede 30° e a hipotenusa mede 5cm. Determine as medidas dos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ desse triângulo.

4. Determine no triângulo retângulo ABC as medidas a e c indicadas.

5. Em um triângulo retângulo isósceles, cada cateto mede 30cm. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.

7. Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30°, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal. Dado $\sqrt{3} = 1{,}73$

Figura 1. Fonte: Foto do autor.

Essa atividade avaliatória teve como objetivo detectar em que nível os alunos se encontravam no tema em questão.

Além das avaliações serem corrigidas e analisadas, foram observadas as resoluções e assim investigadas as maneiras com que os alunos utilizaram para resolver as questões, tendo uma que chamou a atenção sobre o fato de relacionar a hipotenusa do triângulo como um aclive, como mostra a figura 2 a seguir:

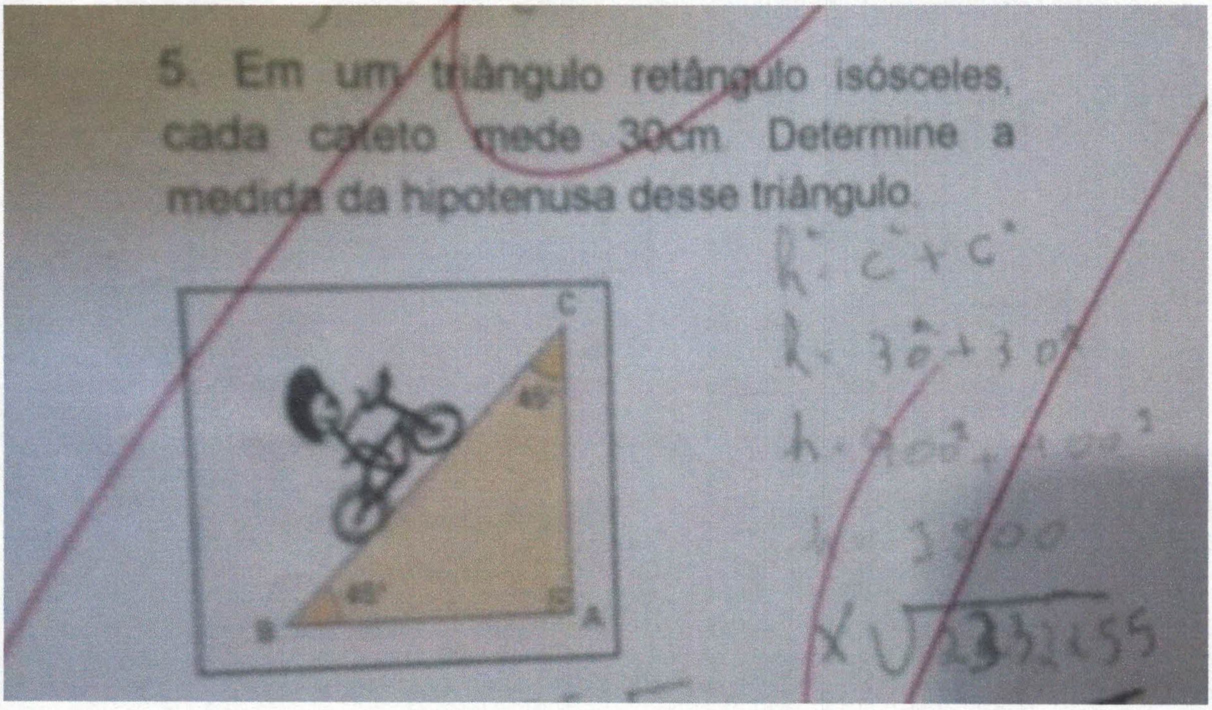
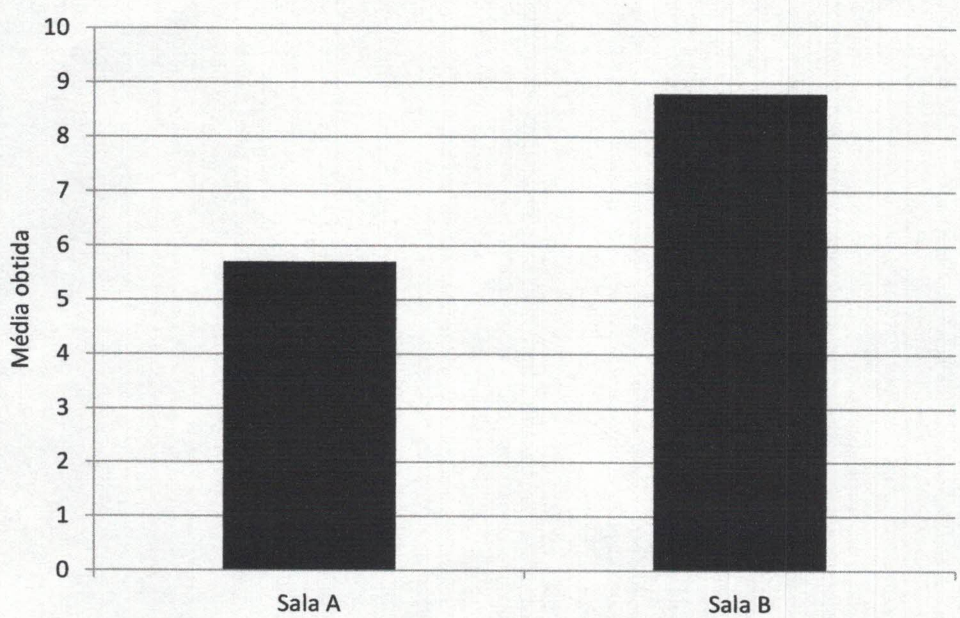


Figura 2. Fonte: Foto do autor.

Posteriormente foi feito um levantamento de dados, para comparar o rendimento das duas salas envolvidas na pesquisa, como mostra o gráfico a seguir:



Visto que a sala A obteve um rendimento inferior, despertou a vontade em tentar criar uma metodologia que pudesse aumentar o interesse dos alunos pelo conteúdo, beneficiando o seu conhecimento e melhorando a média da sala em uma futura sondagem. Provavelmente as mesmas aulas expositivas, não seriam suficientes para atrair a atenção dos alunos, surgiu então à necessidade de fazer algo novo, era preciso ter uma flexibilidade no estilo de lecionar, e propor novas abordagens melhorando o processo ensino-aprendizagem.

A partir dessa ideia, foi possível criar novas atividades que poderiam auxiliar na dificuldade dos estudantes.

O TEODOLITO – 2ª PARTE

Após buscar inspirações no canal "Clube de Matemática Quarta Dimensão" (https://youtu.be/OpAmCyUZanE) na plataforma de vídeos do Youtube (www.youtube.com), foi desenvolvido um teodolito com um metro de altura, confeccionado em MDF como mostra a figura 3. Um objeto simples, porém, contendo componentes fundamentais em sua estrutura, tais como: base de apoio, uma região circular com graduações angulares e uma luneta para observação dos objetos a serem calculados a altura.

Figura 3. Fonte: Foto do autor.

O teodolito foi construído com o intuito de colocar os alunos em uma situação concreta, a fim de propor exercícios onde seria possível aplicar a trigonometria em problemas práticos para modelar o conteúdo de trigonometria, de forma que, pudesse despertar um interesse maior dos alunos, e consequentemente possibilitando maiores expectativas de compreensão dos estudantes em relação ao tema.

Os PCNs indicam como prática metodológica e didática que o professor venha as seguintes diretrizes:

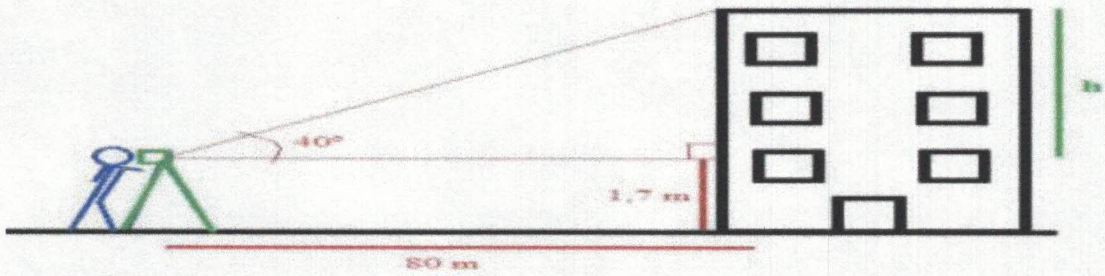
> Identificar o problema, procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema, formular hipóteses e prever resultados, selecionar estratégias de resolução de problemas, fazer validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (1999, p. 259).

Por conta da turma A ter tido rendimento inferior, foi ela a escolhida para ter uma aula prática com o teodolito. Na segunda feira posterior a avaliação prévia, o teodolito foi então apresentado aos alunos, e por ser algo diferente, acabou chamando a atenção deles, fazendo com que a maioria guardasse o celular iniciando uma série de perguntas sobre o objeto estranho.

Na terça feira seguinte, uma aula de cinquenta minutos foi o suficiente para explicar, aos trinta jovens, o que era e como funcionava aquele instrumento. De maneira organizada, um a um veio observar de perto e receber orientações, tais como: de que maneira posicionar o teodolito frente ao objeto, como observar os objetos utilizando a luneta e como identificar o deslocamento dos ângulos, através do pequeno prego fixo, próximo ao disco circular com as graduações dos ângulos. Por fim, foi dado um exemplo de como utilizar o teodolito, e através de um exercício como o do exemplo abaixo, foi possível entender melhor o seu funcionamento.

Exemplo:

Um topógrafo instala um teodolito a um a altura e 1,7 metros do solo e observa o topo de um prédio sob um ângulo de 40°. Estando o teodolito e o prédio em um mesmo terreno plano e distante um do outro 80 metros, determine a altura do prédio, aproximadamente. Dado tg 40° = 0,84.



4 A PRÁTICA

Na quarta-feira os alunos foram separados em duplas, e sob a supervisão do professor efetivo da unidade, todos se dirigiram ao pátio da escola. Os estudantes foram orientados a procurar e escolher algo que eles quisessem calcular a altura e que teriam duas aulas de cinquenta minutos para realizarem a atividade, prontamente dupla em dupla saiu à procura de seu objeto. De câmeras a lâmpadas, foram inúmeros os objetos inacessíveis, por fim era hora de começar a melhor parte de aula: Descobrir a altura do que foi escolhido.

Trenas, fitas métricas, tabela trigonométrica e principalmente o teodolito entraram em ação, e orientados pelo professor/pesquisador as duplas uma a uma deveriam seguir os passos a seguir:

- Ter caderno para anotações;
- Posicionar o teodolito afastado do objeto (a distância que quiserem);
- Medir a distância (horizontal) do teodolito ao objeto;
- Anotar o ângulo deslocado pela região circular;
- Fazer um esboço da situação;
- Consultar a tabela trigonométrica;
- Descobrir a altura do objeto;
- Somar a altura encontrada com a do teodolito chegando à altura do objeto;

E assim se fez, os alunos se entregaram à atividade, tentando coletar o maior número possível de informações, como mostra a figura 4.

Figura 4. Fonte: Foto do autor.

Após todos terem feito suas devidas anotações e coletado os dados que acharam importantes, cada dupla foi para uma direção, ficando distante uma da outra, e tentando seguir os passos de George Polya deram início uma interação. Os alunos formularam hipóteses, definindo a incógnita do problema que estava diante deles.

A figura 5 mostra parte da interação de uma dupla.

Figura 5. Fonte: Foto do autor.

A quantidade de casas decimais dos valores de seno, cosseno e tangente do ângulo obtido, era a escolha das duplas, apenas foi comentado o fato de que, quanto mais casas se usar, mais próximo o resultado encontrado seria da situação real.

Algumas duplas tentavam resolver de maneira rápida, como se fosse uma competição, ignorando completamente as instruções dadas no começo da aula, e como consequência, os resultados eram totalmente absurdos em relação ao que se era esperado.

Já outros alunos se alegravam a medida que conseguiam descobrir a solução do problema, o qual eles mesmos se propuseram a resolver. Os sorrisos que surgiam eram encantadores, entendia-se que eles estavam satisfeitos com o próprio trabalho, uma sensação de dever cumprido, como disse a primeira dupla, que descobriu a altura da câmera.

Como já era esperado, as duplas ficaram curiosas, e queriam medir literalmente a altura dos objetos para saber ser de fato, o resultado das contas se aproximava da medida exata com que tudo estava do chão.

Antes de tudo, foi explicado aos alunos que o teodolito usado era um instrumento caseiro, e diferente dos profissionais, este não tinha tanta precisão ao informar os ângulos, dando então, uma pequena diferença no resultado final.

Os alunos de maneira organizada se dirigiram aos objetos que tinham escolhido no começo da aula. A primeira dupla deu início à execução da prova real (figura 6), após breve comparação entre os valores, os dois alunos se a alegraram ao perceber que o valor encontrado através dos cálculos, se assemelhou ao valor exato da câmera até o chão.

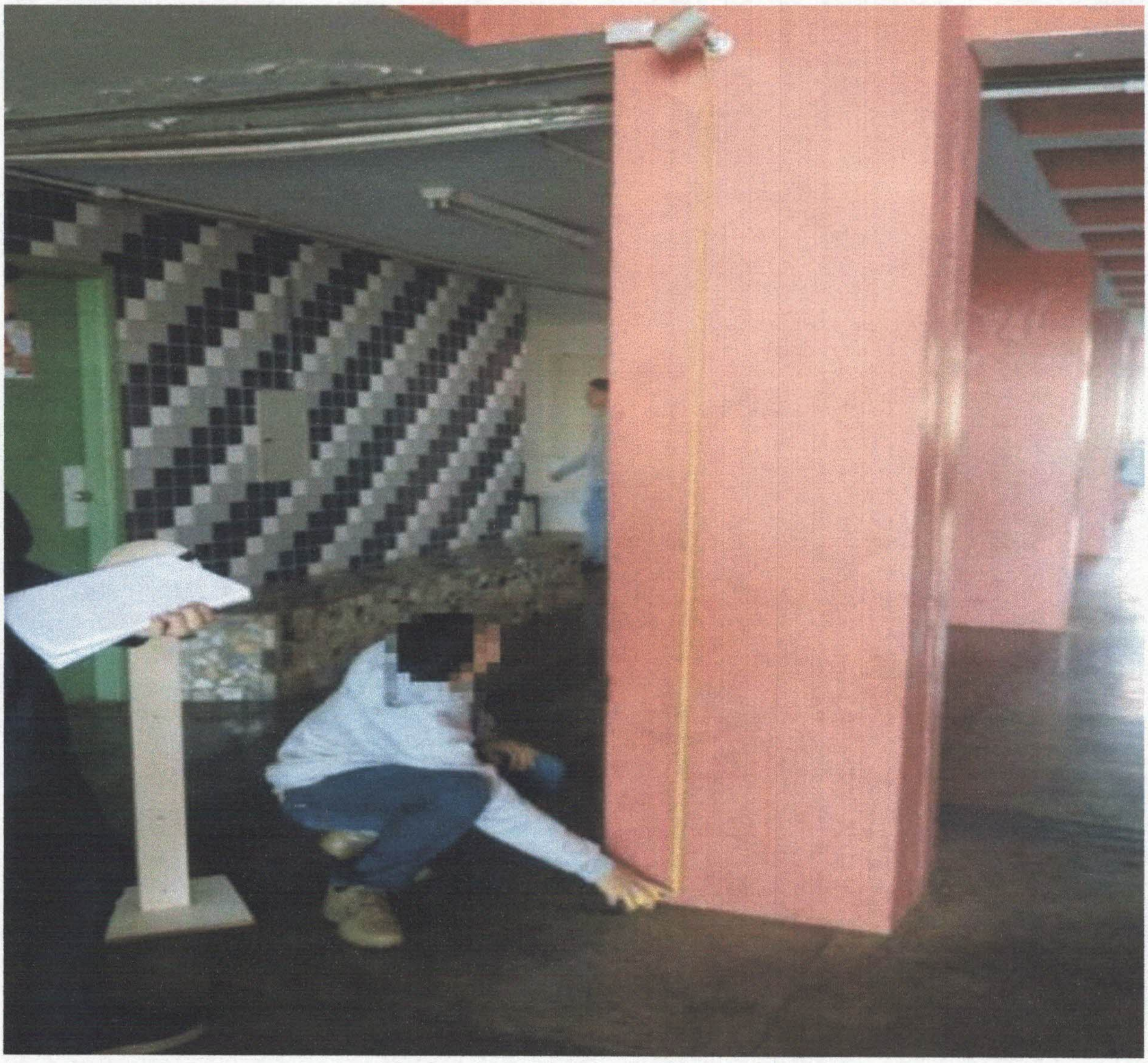


Figura 6. Fonte: Foto do autor.

Por fim, houve diferença entre as alturas reais e as calculadas, o que já era previsto por conta do instrumento não ser profissional, contudo, os alunos não se decepcionaram com o resultado final, pelo contrário, era nítida a satisfação daqueles jovens, demonstrando o prazer que tiveram, ao serem os personagens principais da atividade que tiveram naquelas duas aulas. A metodologia promoveu um ambiente mais ativo aos alunos, tirando todo o foco do futuro licenciado, e colocando os estudantes no centro de toda a atenção daquela aula prática, e sendo eles os protagonistas do próprio conhecimento.

De fato, os professores precisam colocar em ação, práticas de ensino que possam ir além de um quadro negro, de forma que faça o aluno a pensar e raciocinar.

Assim diz Moran (2018, p. 4) “Metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida”.

5 AVALIAÇÃO DE RENDIMENTO – 3ª PARTE

Uma semana depois da aula prática com a sala A, as duas salas de ensino médio receberam outra atividade avaliatória. Bem semelhante à primeira, está contou com oito questões dissertativas referentes ao assunto que estava sendo estudado, como mostra a figura 7. Essa nova atividade valia de zero a dez, onde os alunos tiveram duas aulas para responder as questões, totalizando cem minutos de avaliação.

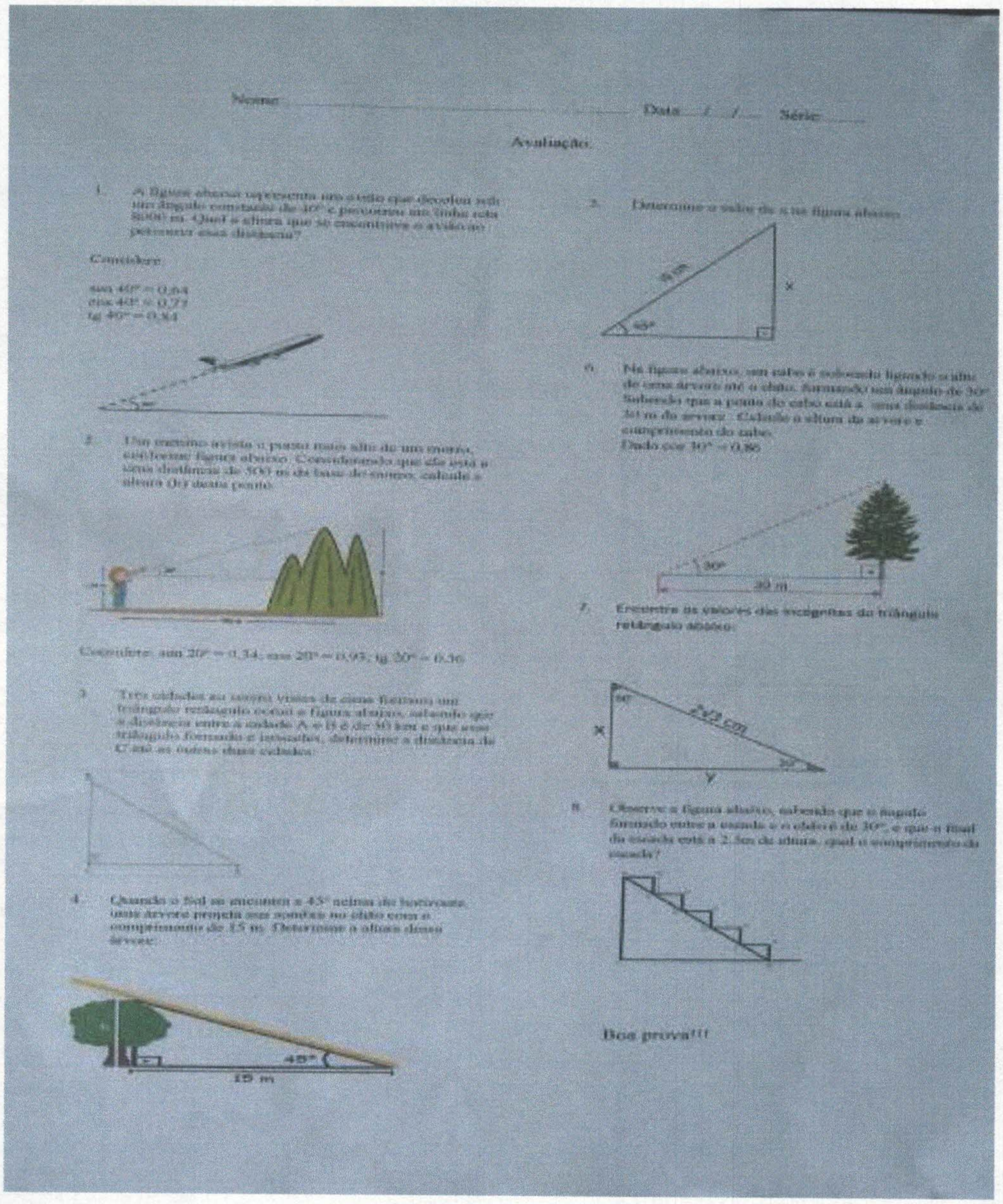
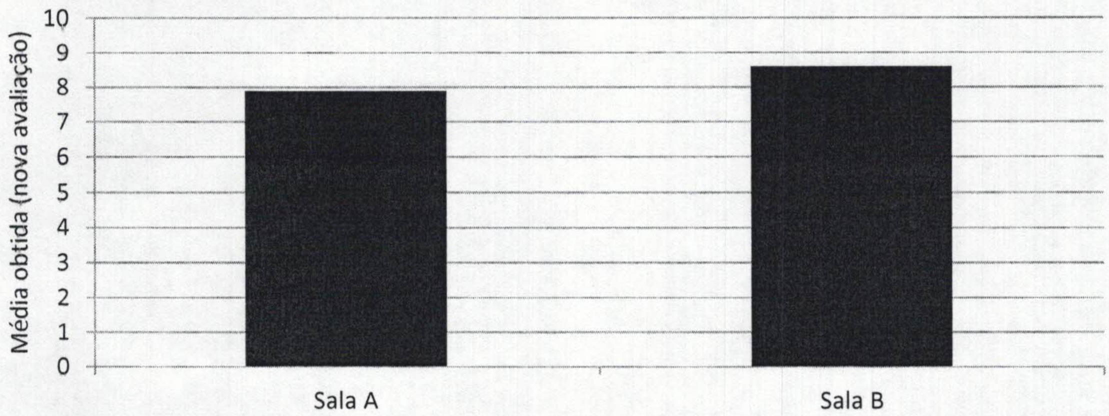


Figura 7. Fonte: Foto do autor.

A prova novamente foi individual sem consulta, com o mesmo nível de dificuldade da primeira. O objetivo dessa foi verificar se a turma A teria uma melhora no rendimento por conta da metodologia aplicada, não a ponto de superar o rendimento da oura sala (que desde o início não foi a intenção), mas verificar se tiveram um progresso na compreensão do conteúdo de trigonometria no triangulo retângulo, levando em consideração as notas da última avaliação.

O gráfico abaixo mostra a nova média aritmética das salas A e B nessa nova avaliação:



Essa metodologia acabou levando os alunos a uma situação concreta, servindo como uma modelagem matemática, a qual acabou proporcionando situações mais desafiadoras aos alunos e com isso gerando maior interesse e consequentemente melhora no desempenho dos alunos no conteúdo matemático, como prova disso percebesse que a sala A melhorou a média da prova, a qual passou de 5,6 para pouco menos de oito.

Levando em consideração a primeira média que foi pouco menos de seis, nitidamente podemos constar uma evolução considerável, visto que a nova média se aproxima de oito.

6 CONCLUSÃO

No presente trabalho, foi proposta uma atividade prática que colocou os alunos frente a situações problemas. Essa metodologia deu mais liberdade e autonomia aos estudantes, para que despertasse neles o interesse em resolver as atividades propostas, e assim, beneficiar a aprendizagem dos envolvidos.

A atividade com o material concreto foi criada com o intuito de melhorar a compreensão do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, ao aplica-la, acreditava-se no potencial dos estudantes, e que eles por si só, pudessem desenvolver o próprio conhecimento.

Assim diz Barbosa e Moura:

> Independentemente da estratégia usada para promover a aprendizagem ativa, é essencial que o aluno faça uso de suas funções mentais de *pensar*, *raciocinar*, *observar*, *refletir*, *entender*, *combinar*, dentre outras que, em conjunto, formam a inteligência. (BARBOSA; MOURA, p.111, 2014)

Ao comparar a avaliação final com a inicial, percebe-se que a intervenção metodológica produziu um efeito positivo, fazendo com que os alunos desenvolvessem um domínio maior do conteúdo, e assim, aumentassem o rendimento na ultima prova.

Vendo a situação como um todo, percebemos que esse tipo de atividade acaba sendo uma alternativa pedagógica, pois, trabalhar com materiais concretos aproxima os alunos e a Matemática, além de que, através da experiência surge o vínculo entre a teoria e a prática.

De tal forma, esse tipo de metodologia coloca o estudante frente à situações problemas, despertando nele a curiosidade e o interesse sobre os mesmos, para que compreenda e consiga resolver os problemas, possibilitando que ele desenvolva habilidades e novos conhecimentos por conta do próprio protagonismo na atividade. Segundo Shulman:

> Que os alunos aprendam a compreender e resolver problemas, a pensar critica e criativamente, e que também aprendam fatos, princípios e regras de procedimentos são objetivos centrais no meu conceito de ensino (SHULMAN; L.S, 1987, p. 205)

Conclui-se então que, além de dominar o conteúdo a ser lecionado, precisamos entender o aluno e suas dificuldades, dando espaço para ele se expressar e mostrar suas ideias, pois escutando o aluno, o professor tem mais possibilidades de conseguir estimulá-lo, para que, cresça e desenvolva na aprendizagem Matemática novos conhecimentos.

Com essa metodologia foi possível identificar a necessidade em levar práticas inovadoras na sala de aula, sendo de suma importância para o futuro profissional na área da educação.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BACICH, L. MORAN. J. (Org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso 2018.·.

BARBOSA, E. F; MOURA, D.G. **Metodologias ativas de aprendizagem no ensino de engenharia.** Disponível em: https://www.academia.edu/6105486/METODOLOGIAS ATIVAS DE APRENDIZAGEMNO ENSINO DE ENGENHARIA. Acesso em: 10 de outubro de 2018.

DIMENSÃO, Clube de matemática quarta. Construção e aplicação do teodolito caseiro. 2018. Disponível em: https://youtu.be/OpAmCyUZanE Acesso em: 30 mar. 2018.

IEZZI, Gelson *et al.* **MATEMÁTICA:** ciência e aplicações. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

Parâmetros Curriculares Nacionais: 3° e 4° ciclos do Ensino Fundamental. Brasília. MEC/SEF, 1998.

Parâmetros Curriculares Nacionais: 3° e 4° ciclos do Ensino Fundamental. Brasília. MEC/SEF, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
BRASIL. Ministério da Educação.

SHULMAN, L. S. Retirado do artigo de **PIMENTEL.** Danilo Eudes-Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino em Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos.