

## **A MATEMÁTICA NA NASA: A FUNÇÃO QUADRÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETES**

Wagner Garcia **PEREIRA** <sup>1</sup>

Wellington da **SILVA** <sup>2</sup>

### **RESUMO**

Esse artigo aborda a aplicação da função quadrática em uma situação real, vivenciada pelos alunos em competições de lançamento de foguetes. A princípio, destaca-se um treinamento realizado pelos professores autores deste artigo, que é oferecido aos professores de ciências exatas no centro de treinamento e visitação da NASA, situado em Huntsville, Alabama, Estados Unidos, com enfoque à conciliação da teoria e prática na sala de aula para estimular os alunos a serem futuros cientistas. Em seguida, há um breve panorama das competições de lançamento de foguetes no Brasil, as orientações para a construção do foguete e como realizar seu lançamento. Posteriormente, é apresentada uma proposta de abordagem da função quadrática permeando essas competições, fazendo com que a teoria vista em sala de aula, pelo professor de Matemática, também seja aliada à prática do lançamento de foguetes, além de uma aplicação análoga utilizando o jogo virtual “AngryBirds”.

### **PALAVRAS-CHAVE**

Função quadrática; Lançamento de foguetes, Lançamento oblíquo; NASA; AngryBirds.

<sup>1</sup> Docente do Departamento de Engenharia – UNIBR-União Brasileira Educacional-Faculdade de Botucatu – 18611-020 – Botucatu-SP – Brasil – wagfisc@gmail.com

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática – IFSP-Instituto Federal São Paulo-Campus Birigui – 16201-407 – Birigui-SP – Brasil – wmbirigui@ig.com.br

## **Introdução**

A Space Camp&Rocket Center, que é um centro de visitação e treinamento da NASA, localizada em Huntsville/Alabama/EUA, oferece um treinamento para educadores das ciências exatas, em parceria com a HoneywellEducators, para que os professores possam abordar temas do currículo básico de ensino fundamental e médio com auxílio de atividades práticas relacionadas às missões espaciais. O programa de uma semana inclui simuladores de treinamento de astronautas autênticos e atividades desenvolvidas para promover a aprendizagem em sala de aula. O currículo inclui conteúdos da NASA. Essas atividades servem para que os professores possam aliar a teoria e a prática em sua sala de aula, com intuito de incentivar e despertar o interesse dos alunos com relação às missões espaciais, aeronáutica e engenharia, criando boas práticas emocionantes para os seus alunos, para que eles possam tirar novos conhecimentos sobre os desenvolvimentos tecnológicos em temas relacionados com o espaço, tais como: Estação Espacial Internacional, Viver e trabalhar em microgravidade, Foguetes, Propulsão, Astronomia e Astrofísica.

Esse programa de desenvolvimento profissional oferecido pela NASA utiliza o formato de treinamento de astronautas para transmitir novas formas de ensinar conceitos de ciência, tecnologia, engenharia e matemática para a futura força de trabalho do mundo. As atividades práticas de aprendizagem são projetadas para serem facilmente replicadas em sala de aula.

Uma das atividades desenvolvidas no treinamento é a construção e lançamento de um pequeno foguete, “rockets”, para permitir a exploração das Leis de Newton do movimento e os princípios básicos de foguetes pelos aspirantes cientistas, além dos conceitos matemáticos aplicados para que o participante calcule a altitude aproximada que seu foguete atinge durante o voo. Sendo assim, nosso enfoque nessa atividade consiste em fazer a aplicação no estudo de função quadrática, após o aluno realizar e analisar o lançamento de um pequeno foguete, que deve ser construído por ele mesmo.

Para saber um pouco mais sobre o programa, acesse o site:

<http://www.spacecamp.com/space/educators>

## **Competições de lançamentos de foguetes no Brasil**

Muito mais que uma diversão, essas competições despertam o interesse científico, a autonomia e a criatividade do aluno, pois até que o foguete esteja pronto para ser lançado numa competição, ele já foi lançado, avaliado e aperfeiçoado diversas vezes por esse aluno.

Embora essa prática de lançamento de pequenos foguetes construídos com garrafas PET venha se tornando cada vez mais comum no Brasil, já tendo, inclusive, competições regionais, estaduais e nacionais, a preocupação dos participantes é mais voltada aos quesitos que são avaliados em cada competição, que geralmente estão em três categorias: maior alcance horizontal, maior altura e lançamento de precisão. Além disso, os professores envolvidos, geralmente, são da disciplina de Física, abordando a segunda e terceira leis de Newton e conceitos de momento linear e velocidade relativa. Porém, o professor de Matemática pode aproveitar os dados de cada lançamento para abordar o ensino de função quadrática, fazendo com que o aluno expresse algebricamente a trajetória de seu foguete.

### **Construção do foguete**

Uma das modalidades de foguetes que é permitida pela MOBFOG (Mostra Brasileira de Foguetes) é aquela na qual é usado Vinagre e Bicarbonato de Sódio para aumentar a pressão interna do foguete.

Para construir o foguete e verificar todo regulamento dos lançamentos e competições, o aluno pode acessar o link a seguir e assistir aos tutoriais.

<http://www.oba.org.br/site/?p=conteudo&pag=conteudo&idconteudo=647&idcat=29&subcat=>



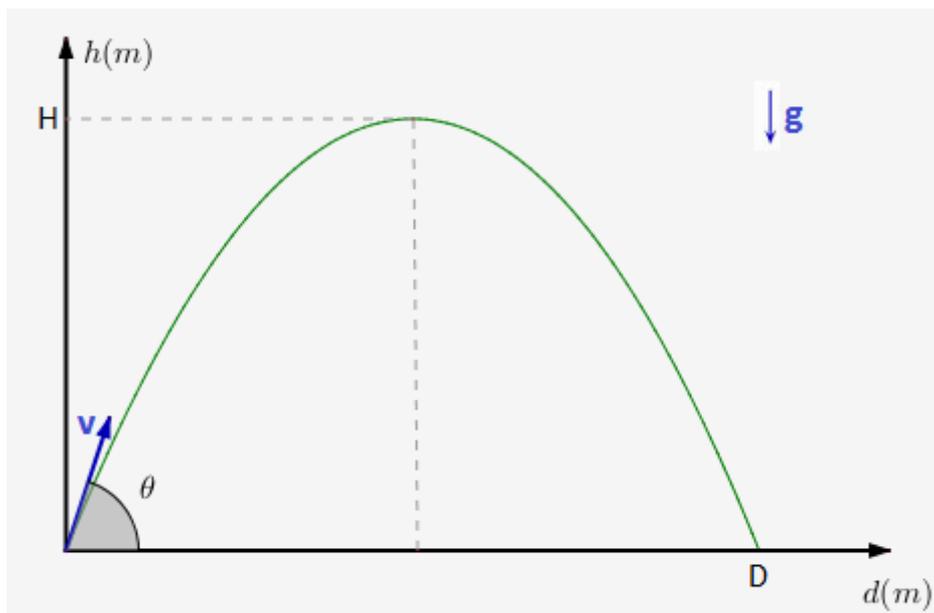
**Foto1 – Construção do foguete em equipe**  
**Fonte: Autor**



**Foto2 – Preparação da mistura de vinagre e bicarbonato de sódio**  
**Fonte: Autor**

### **A função quadrática no lançamento de foguetes**

Primeiramente o aluno deverá se familiarizar com o estudo de Lançamento Oblíquo. Sendo assim, ele deverá conhecer algumas fórmulas usadas em Física envolvendo o conteúdo.



**Figura1 – Lançamento oblíquo**  
**Fonte: Autor**

1. O movimento na direção do eixo  $d$  é uniforme, pois a velocidade é constante. Logo, a função horária do movimento horizontal é:

$$d = v_d \cdot t$$

2. A distância horizontal  $D$ , percorrida pelo corpo desde o lançamento, pode ser determinada pela equação:

$$D = \frac{v^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$

3. Para determinar a posição do móvel em relação à horizontal temos que determinar a componente da velocidade inicial  $v$  na direção do eixo  $d$ . O módulo da velocidade na direção do eixo  $d$  é:

$$v_d = v \cdot \text{cos}\theta$$

4. O movimento vertical está sob a ação da gravidade, isso implica que o movimento é uniformemente variado e a velocidade  $v_h$  diminui à medida que a altura em relação ao solo aumenta.

O componente da velocidade inicial na direção do eixo  $h$  é:

$$v_{0h} = v \cdot \cos\theta$$

As funções horárias do movimento vertical são:

5. Função horária do espaço

$$h = v_{0h} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

6. Função horária da velocidade

$$v_h = v_{0h} + g \cdot t$$

7. Equação de Torricelli

$$v_h^2 = v_{0h}^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

8. A altura máxima pode ser calculada usando a equação:

$$H = \frac{(v \cdot \text{sen}\theta)^2}{2 \cdot g}$$

Em todos os casos, vamos admitir a aproximação da gravidade sendo  $g = 9,8m/s^2$  e aproximar os demais valores em uma casa decimal, como por exemplo a medida 3,85 será aproximada para 3,9 e 3,84 será aproximada para 3,8.

## Análise do lançamento

Antes do lançamento do foguete, o aluno deverá medir o ângulo ( $\theta$ ) na base do lançamento. Durante o lançamento, o aluno deverá cronometrar o tempo de voo do foguete. E, finalmente, após o lançamento do foguete, deverá medir a distância horizontal  $d$  atingida.

Com todos esses dados, o aluno conseguirá descrever a trajetória do foguete (parábola) relacionando as variáveis  $h$  e  $d$  e, dessa forma, calcular a altura máxima atingida nesse lançamento.

Vejamos um exemplo realizado por alunos do ensino médio do Colégio Embraer Casimiro Montenegro Filho em Botucatu/SP.

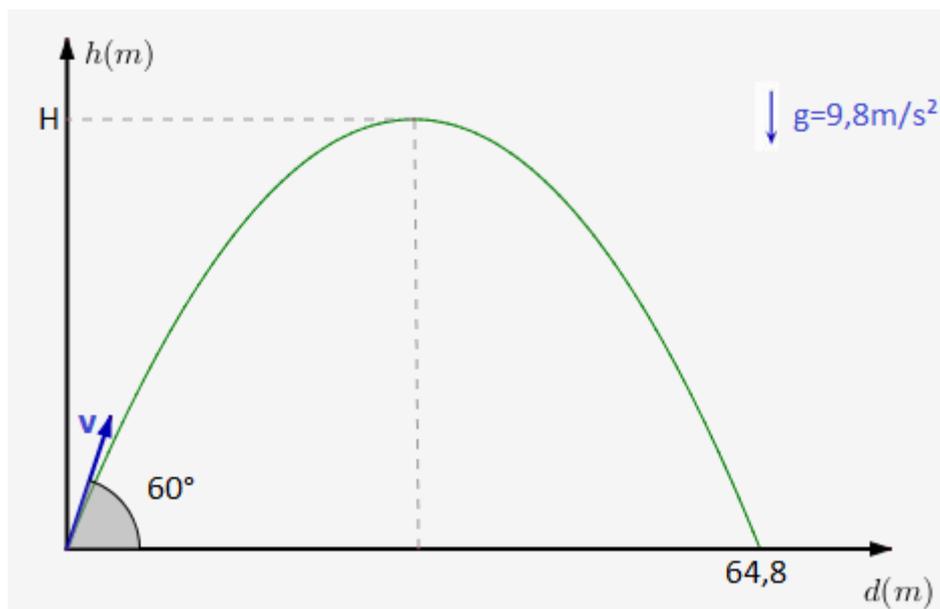


Figura2 – Medidas do lançamento  
Fonte: Autor

Com esses dados, podemos estimar a altura máxima ( $H$ ) atingida, bem como a velocidade inicial do lançamento ( $v$ ) e o tempo de voo ( $t$ ) do foguete.

Vejamos a resolução:

Os dados conhecidos são:  $\theta = 60^\circ$  e  $D = 64,8m$ .

Utilizando a fórmula II, temos:

$$D = \frac{v^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$
$$64,8 = \frac{v^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot 60^\circ)}{9,8}$$
$$64,8 = \frac{v^2 \cdot \text{sen}(120^\circ)}{9,8}$$
$$v^2 = \frac{64,8 \cdot 9,8}{0,9}$$
$$v = \sqrt{705,6}$$
$$v = 26,6\text{m/s}$$

Em seguida, usando a fórmula VIII, obtemos:

$$H = \frac{(v \cdot \text{sen}\theta)^2}{2 \cdot g}$$
$$H = \frac{(26,6 \cdot \text{sen}60^\circ)^2}{2 \cdot 9,8}$$
$$H = \frac{(26,6 \cdot 0,9)^2}{2 \cdot 9,8}$$
$$H = 29,2\text{m}$$

Dessa forma, o aluno percebe que apenas com os dados  $\theta$  e  $D$ , é possível estimar a velocidade inicial do foguete e a altura máxima que ele atinge durante o voo.



**Foto3 – Lançamento do foguete**  
Fonte: Autor

A partir daí, o aluno conhecerá 3 pontos da trajetória do foguete: a origem (0;0) onde está a base de lançamento, o alcance máximo horizontal (D;0) e o alcance máximo horizontal (D/2;H).

Vale enfatizar que essa atividade deve ser aplicada depois que o aluno já tiver visto a teoria da função quadrática para compreender a simetria da parábola e associar o ponto (D/2;H) da parábola.

Como a função quadrática é da forma  $y = a.x^2 + b.x + c$ , precisamos de apenas 3 pontos distintos para encontrar os valores dos coeficientes  $a, b, c$ , montando um sistema de equações 3x3.

Ainda no nosso exemplo, obtemos os seguintes pontos da parábola que descreve a trajetória do foguete: (0;0), (64,8;0) e (32,4;29,2).

Substituindo esses valores na função  $h = a.d^2 + b.d + c$ , pois ao invés de eixos  $x, y$ , adotamos os eixos  $d, h$ , respectivamente, encontramos o seguinte sistema:

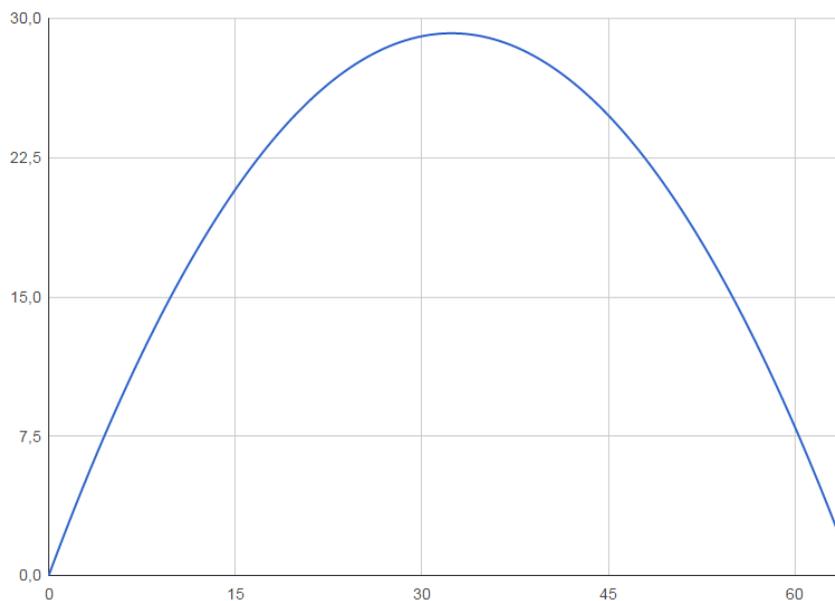
$$\begin{cases} a.0^2 + b.0 + c = 0 \\ a.64,8^2 + b.64,8 + c = 0 \\ a.32,4^2 + b.32,4 + c = 29,2 \end{cases}$$

Ao resolver esse sistema, o aluno encontra a solução:  $a = -\frac{365}{13122}, b = \frac{146}{81}$  e  $c = 0$ .

Logo, a função quadrática que descreve a parábola que representa a trajetória do foguete é:

$$h = -\frac{365.d^2}{13122} + \frac{146.d}{81}$$

Para checar o resultado, o aluno ainda pode utilizar a calculadora online para esboçar o gráfico da função encontrada, disponibilizada no link <http://www.calculadoraonline.com.br/grafica>, e comparar com os dados iniciais.



**Figura3 – Esboço do função quadrática encontrada**  
**Fonte: Autor**

Note que o gráfico gerado pela função  $h = -\frac{365.d^2}{13122} + \frac{146.d}{81}$ , está coerente com os dados obtidos no lançamento real do foguete.

No caso de alunos que queiram realizar uma atividade análoga, mas de forma virtual, é possível utilizar o jogo “AngryBirds”, disponível para celulares, pois o mesmo trabalha com lançamento oblíquo. Isso facilita a abordagem em sala de aula, pois não exige o enorme espaço que o lançamento de foguete precisaria nem todos os aparatos para o lançamento.



**Foto4 – Reprodução da interface do jogo no plano cartesiano**  
**Fonte: Autor**



**Foto5 – Realização do lançamento no jogo**  
**Fonte: Autor**



**Foto6 – Realização das medições**  
**Fonte: Autor**

Utilizando o jogo, o aluno realiza medições na própria tela do celular para estimar 3 pontos da parábola e, posteriormente, realizar todo o processo descrito anteriormente no lançamento de foguetes.

## **Considerações finais**

No treinamento oferecido pela NASA, enfatiza-se muito que essas atividades práticas realmente auxiliam na exploração dos conteúdos vistos em sala de aula. Após a realização dessas atividades com os alunos, foi notório que todo esse processo estimulou a autonomia, o trabalho em equipe, o espírito investigativo, o prazer por aprender, e ainda faz com que o próprio aluno consiga fazer inferências sobre as conexões da teoria e prática.

Em suma, buscamos, neste trabalho, mostrar que a aliança entre teoria e prática é muito importante para que o aluno vivencie a aplicabilidade da teoria vista em sala de aula, mesmo sabendo que isso é sempre um desafio.

No entanto, vale ressaltar que o conhecimento do professor não se restringe à prática, pois também é composto pelas teorias educacionais. Logo, o aluno tem que perceber que essa teoria tem importância fundamental, pois após a apropriação da fundamentação teórica, é possível tomar decisões importantes dentro de uma ação contextualizada, além de assimilar e julgar diversos contextos do cotidiano.

Além dos conceitos que permeiam a função quadrática, essa atividade retoma pontos importantes da Matemática, como a resolução de equações e sistemas de equações, mas também deixa bem clara ao aluno a questão da interdisciplinaridade, pois é necessário compreender vários conceitos relacionados à disciplina de Física, como o estudo dos movimentos, e a disciplina de Química, como as reações ocasionadas por mistura de substâncias.

Após realizar medições, fazer cálculos e estimativas, experimentar, fazer alterações nas medidas para comparar os resultados obtidos, estabelecer relações entre a teoria vista em sala e os resultados obtidos, entre outras, é notório que aluno e professor compreendam que toda essa interação forma uma prática pedagógica autônoma e emancipatória.

## **ABSTRACT**

This manuscript addresses the application of the quadratic function in a real situation, experienced by students during rocket launch contests. At first, it is emphasized a training performed by the professors authors in this manuscript, that is offered to the Exact Sciences teachers in the training and visiting center of NASA, situated in Huntsville, Alabama, United States, with emphasis to the conciliation between theory and class practices to stimulate the students to become future scientists. Then, will be presented a brief overview of the rocket launch competitions in Brazil, the guidelines to construct a rocket as well as perform its launching. Finally, it will be presented a proposal approach with the quadratic function permeating these competitions, making the theory learned in class from the mathematic teacher to be allied with the practice to launch rockets, as well as to the analogous application using the virtual game “Angry Birds”.

### KEY WORDS

Quadratic function; Rocket launch; Oblique throw; NASA; Angry Birds.

### Referências

D’AMBROSIO, Ubiratam. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2001. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

HALLIDAY, RESNICK, WALKES. **Fundamentos de Física**. Vol.1. 8 ed.. LTC, 2009.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA:  
<http://www.oba.org.br/site/>

SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA:  
<http://www.sbfisica.org.br/v1/>

SPACE CAMP:  
<http://www.spacecamp.com/>