

UMA INTRODUÇÃO AO ENSINO DE PROBABILIDADE ATRAVÉS DO JOGO MEGA-DUQUE

¹ Franklin Emanuel Barros **SOUKEFF**

² José Marcos **LOPES**

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar o Jogo Mega-Duque, e elencá-lo como uma maneira alternativa para a introdução ao conteúdo de Probabilidade Laplaciana. Também procuramos destacar a importância que os jogos desempenham no ensino-aprendizagem em sala de aula, sobretudo na disciplina de Matemática.

PALAVRAS-CHAVE

Jogo; Mega-Duque; Probabilidade; Matemática.

Introdução

É muito comum, nos livros didáticos, a introdução ao conteúdo de Probabilidade ser feito através de uma abordagem histórica de como surgiram as primeiras ideias matemáticas referentes ao assunto. Historicamente falando, foi Jerônimo Cardano quem escreveu a primeira obra de que se tem conhecimento sobre o estudo de probabilidades. Trata-se do livro *Liber de Ludo Aleae* (Livro de Jogos de Azar). Como o próprio nome indica, a obra de Cardano se referia mais a instruções sobre jogos, estratégias para que o jogador pudesse se proteger contra adversários dispostos a trapacear.

Podemos dizer que os primeiros interesses em probabilidade se deram em função do gosto das pessoas pelos jogos de azar. Sobre isso, Morgado et al. (2004) afirma:

Em verdade, a teoria elementar das probabilidades já tinha sido objeto de atenção bem antes. Levando em conta o fascínio que os jogos de azar sempre exerceram sobre os homens, estimulando-os a achar maneiras seguras de ganhar, não é de espantar que muito cedo problemas relativos a jogos de cartas ou de dados tenham atraído a atenção de pessoas com mentes mais especulativas (MORGADO et al., 2004, p. 6).

Diante desse interesse inerente das pessoas por jogos de azar, Soukeff (2014) propôs um jogo que pudesse ser usado como introdução motivadora, desenvolvimento e sistematização dos conceitos inerentes ao ensino de probabilidade.

Neste artigo faremos uma consideração de como o jogo pode ser usado para introduzir as primeiras ideias sobre o estudo de probabilidades no Ensino Médio. Antes, contudo, faremos uma síntese da importância dos jogos na educação matemática e das ideias e regras do Jogo Mega-Duque.

¹ IFSP – Instituto Federal de São Paulo – 18.707.150 – Avaré-SP – Brasil – franklin.soukeff0@ifsp.edu.br

² FEIS – UNESP – 15.385.000 – Ilha Solteira-SP – Brasil – jmlopes@mat.feis.unesp.br

O Uso de Jogos no Ensino de Matemática

A atividade recreativa – a brincadeira – é natural aos humanos desde os primeiros anos. E a diversão continua dando sentido e fazendo parte da vida das pessoas mesmo com os passar dos anos, na adolescência, vida adulta e até na dita “melhor idade”. E quando estas atividades recreativas são realizadas coletivamente, potencializa-se o prazer envolvido na ocasião.

Muitas vezes essas ocasiões agradáveis são realizadas no contexto de jogos. Está tão arraigado no cotidiano das pessoas o hábito de participar em alguma modalidade de jogo que é raro encontrar alguma pessoa que não goste de participar em algum tipo de jogo.

Falando num contexto mais amplo sobre jogos, é possível identificar muitas variações de jogos em nossa sociedade. Uma classificação adequada para os diferentes tipos de jogos é encontrada em Grandó (2005). A autora faz a seguinte classificação:

Jogos de azar – melhor seria se fossem chamados de “jogos de sorte”. São aqueles que dependem apenas da “sorte” para se vencer o jogo. O jogador não tem como interferir ou alterar na solução. Ele depende das probabilidades para vencer. Exemplos deste tipo de jogos são: lançamentos de dados, par ou ímpar, cassinos, loterias...

Jogos quebra-cabeça – são aqueles em que o jogador, na maioria das vezes, joga sozinho e sua solução ainda é desconhecida para ele. Exemplo deste tipo de jogos são: quebra-cabeças, enigmas, charadas, paradoxos, falácias, probleminhas e Torre de Hanói.

Jogos de estratégia (e/ou jogos de construção de conceitos) – são aqueles que dependem única e exclusivamente do jogador para vencer. O fator “sorte” ou “aleatoriedade” não está presente. O jogador deve elaborar uma estratégia, que não dependa de sorte, para tentar vencer o jogo. Exemplos deste tipo de jogos são: xadrez, damas, kalah.

Jogos de fixação de conceitos – são aqueles cujo objetivo está expresso em seu próprio nome: “fixar conceitos”. São os mais comuns, muito utilizados nas escolas que propõe o uso de jogos no ensino ou “aplicar conceitos”. Apresentam seu valor pedagógico na medida em que substituem, muitas vezes, as listas e mais listas de exercícios aplicadas pelos professores para que os alunos assimilem os conceitos trabalhados. É um jogo utilizado após o conceito.

Jogos pedagógicos – são aqueles que possuem seu valor pedagógico, ou seja, que podem ser utilizados durante o processo ensino-aprendizagem. Na verdade, eles englobam todos os outros tipos: os de azar, quebra-cabeça, estratégia, fixação de conceitos e os computacionais; pois todos estes têm papel fundamental no ensino.

Jogos computacionais – são os mais modernos e de maior interesse das crianças e jovens na atualidade. São aqueles que são projetados e executados no ambiente computacional (GRANDÓ, 1995, p. 52-53).

Dessa forma, podemos afirmar que, de uma maneira ou de outra, estamos envolvidos em algum tipo de jogo em nosso cotidiano. É evidente que na maioria das vezes as pessoas jogam apenas pela diversão, ou seja, o jogo pelo jogo. Mas é claro que muitas vezes há a motivação financeira por detrás do hábito de jogar.

Focando a atenção para o papel que os jogos exercem no ensino-aprendizagem, em especial das crianças em idade escolar, é possível elencar diversos benefícios derivados do uso adequado destes no ambiente de sala de aula. Dentre estes benefícios, citamos o desenvolvimento intelectual, emocional e social dos alunos.

Corroborando essas vantagens do uso de jogos no ensino de matemática, os PCNs afirmam:

Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações. Além disso, passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações. A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico (BRASIL, 1997, p. 48-49).

No ensino de matemática, destacadamente, é notado que os jogos se apresentam como uma alternativa bem sucedida para motivar o aprendizado. Isso acontece porque os jogos em geral proporcionam uma competição sadia que exigirá criatividade e raciocínio lógico. Muitos autores afirmam esse bom ambiente de aprendizagem. Um exemplo é Grandó (1995), que afirma:

O jogo propicia um ambiente favorável à motivação da criança, não apenas pelos objetos que o constituem, mas pelo desafio das regras impostas por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio para o desenvolvimento do pensamento abstrato (GRANDÓ, 1995, p. 63).

É importante também atentar para o fato de que a atividade de jogar desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, dedutivo e indutivo, e no aprimoramento da linguagem, da criatividade, da atenção e da concentração, essenciais para o aprendizado em Matemática. Durante a realização do jogo, o aluno passa a ser um elemento ativo do seu processo de aprendizagem, vivenciando a construção do seu saber e deixando de ser um ouvinte passivo.

Seguindo na mesma linha de raciocínio, Borin (2004) argumenta:

De fato, quando analisamos o comportamento e a atividade mental de um jogador disposto a ganhar, verificamos que a postura é a mesma de um cientista em busca de solução para um problema. Os dois, inicialmente, partem para uma experimentação ou tentativa para conhecer o que defrontam, sem muita ordem ou direção. Após essa fase, como numa investigação científica, coletam os dados que podem influenciar ou alterar as várias situações e formulam hipóteses que precisarão ser testadas. Estabelecida uma hipótese, partem para a experimentação ou jogada e observam o que acontece. Se for necessário, reformulam as hipóteses feitas e realizam nova verificação. A cada tentativa usam as conclusões obtidas e os erros cometidos para orientar as novas hipóteses até certificarem-se da resposta precisa para o problema original, o que, no caso do jogo, significa ter uma boa estratégia para vencer (BORIN, 2004, p. 8-9).

Certamente, então, o uso de jogos no ambiente de sala de aula pelo professor de Matemática, constitui-se em uma ferramenta bastante útil, uma vez que proporciona motivação para os alunos, bem como promove um aprendizado, socialização e desenvolvimento do raciocínio.

Jogo Mega-Duque: Regras e Modo de Jogar

O Jogo Mega-Duque é um jogo semelhante aos jogos de loteria, que segue o padrão do jogo oficial chamado Mega-Sena. Todavia, foi planejado em escala menor para dar aos alunos participantes uma noção mais tangível, mais concreta, de um sorteio de bolas numeradas e das possibilidades reais de ganho.

O Jogo consiste no sorteio de duas bolas dentre dez bolas idênticas, ou seja, com iguais chances de serem sorteadas. Estão numeradas de 1 a 10, colocadas em um globo, que é girado para que todas as dez bolas tenham iguais chances de serem selecionadas no sorteio.

Antes de se iniciarem os sorteios, os alunos são orientados sobre o número de tabelas. São dez tabelas, pois o jogo terá dez rodadas de sorteios, e essas são divididas em quatro níveis de dificuldade de ganho do prêmio. É orientado aos alunos que usem, inicialmente, as cinco tabelas da primeira coluna, posteriormente, passando para as outras cinco tabelas da segunda coluna. Nas três *primeiras rodadas*, a orientação é que se devem marcar apenas *dois números* em cada uma das três primeiras tabelas, ou seja, T-1, T-2 e T-3, respectivamente. Isso significa que os jogadores concorrerão com apenas dois números em cada tabela e, assim, neste primeiro nível, os alunos teriam apenas uma aposta simples em cada tabela.

Depois, o jogo passa para o *segundo nível*, ou seja, nas tabelas quatro, cinco e seis, isto é, T-4, T-5 e T-6, nessa ordem, os jogadores poderão participar marcando *três números* em cada tabela. Daí, passando para o *terceiro nível*, nas tabelas sete e oito, ou seja, T-7 e T-8, os alunos jogadores devem escolher *quatro números* nas tabelas.

Finalmente, no *último nível*, nas tabelas T-9 e T-10, os jogadores podem escolher *cinco números* em cada tabela.

A atividade visa simular uma situação real de jogo. Por isso, são considerados preços a serem cobrados, ficticiamente, para se participar do jogo. Esses preços vão aumentando à medida em que se escolhe apostar em mais números na tabela de jogo. Segue, nos anexos, o modelo das tabelas, segundo Soukeff (2014, p. 73).

Introdução à Probabilidade usando o Jogo Mega-Duque

Os Jogos em sala de aula, de fato, representam uma ótima alternativa para se ensinar matemática, atribuindo sentido ao que se ensina. Por outro lado, dá ao aluno oportunidade de se interessar mais pelo que se estuda, uma vez que ele se sentirá participante do processo ensino-aprendizagem, ao invés de apenas um ouvinte.

Comentando sobre isso, Borin (2004) afirma:

Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 2004, p. 9).

A este respeito, o Jogo Mega-Duque pode servir como uma boa alternativa para se introduzirem os conceitos de probabilidade. Como o Jogo envolve a questão da sorte, a motivação por ganhar é um bom tempero que faz com que os alunos queiram participar. É pouco provável que algum aluno não queira se envolver. O professor pode até mesmo, se achar conveniente, oferecer brindes simples e baratos como premiação.

Todavia, o Jogo Mega-Duque não é apenas um momento de descontração com a turma. Ele pode ser usado para se conceituar as ideias envolvidas na probabilidade, como Evento, Espaço Amostral, bem como a quantidade de elementos pertencentes a estes.

Após praticar-se o jogo em sala de aula com os alunos e antes de se iniciar a sistematização, o professor pode propor problemas referentes ao jogo para que o aluno reflita no jogo e nas probabilidades envolvidas. Por exemplo, podem-se colocar os seguintes problemas citados por Soukeff (2014, p. 74):

Problema 1. Entre as bolas numeradas de 1 a 10, existe alguma bola que tem maior chance de ser sorteada? Justifique sua resposta.

Problema 2. Um jogador chamado João apostou nos números 1 e 9. Já Carlos apostou nos números 4 e 5. Qual dos dois têm mais chance de ser sorteado no jogo Mega-Duque? Justifique sua resposta.

Problema 3. Na aposta simples do Jogo Mega-Duque, o jogador terá mais chance de ganhar se escolher:

- (a) Dois números pares;
- (b) Dois números ímpares
- (c) Um número par e um número ímpar.

Justifique sua resposta. (SOUKEFF, 2014, p.74).

É muito comum, ao se introduzirem as ideias de eventos equiprováveis e espaço amostral, fazer referências a moedas, dados e cartas de baralho. Segundo Morgado (2006, p. 113), Espaço Amostral é “o conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória”. Em geral, é representado pela letra S. Ainda segundo Morgado (2006), um Evento é um Subconjunto do Espaço Amostral.

No caso do Jogo Mega-Duque, o Espaço Amostral é constituído de quarenta e cinco possíveis resultados, ou seja, quarenta e cinco duplas de números que podem ser sorteadas, a saber, $S = \{(1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (1;7), (1;8), (1;9), (1;10), (2;3), (2;4), (2;5), (2;6), (2;7), (2;8), (2;9), (2;10), (3;4), (3;5), (3;6), (3;7), (3;8), (3;9), (3;10), (4;5), (4;6), (4;7), (4;8), (4;9), (4;10), (5;6), (5;7), (5;8), (5;9), (5;10), (6;7), (6;8), (6;9), (6;10), (7;8), (7;9), (7;10), (8;9), (8;10), (9;10)\}$.

Dentro deste Espaço Amostral, podemos obter diversos eventos. Por exemplo, quando um jogador escolhe dois números na tabela, como o “quatro” e o “cinco”, ele na verdade obtém um evento simples, que pode ser designado pela letra A, de tal forma que o número de elementos que este evento A possui constitui-se de um único elemento, ou seja, $A = \{(4;5)\}$. Se algum jogador escolher os números “quatro”, “cinco” e “seis” para marcar na tabela, por exemplo, terá um evento $B = \{(4;5), (4;6), (5;6)\}$, isto é, com três elementos. De maneira análoga, o jogador que marcar quatro ou cinco números na tabela, terá eventos C e D com, respectivamente, seis e dez elementos.

Após definir os conceitos de Espaço Amostral, que convencionamos representar por S, e Evento, apresentamos a maneira de se calcular a probabilidade de acontecer um evento aleatório. Segundo Morgado (2006, p.113), “experiências que repetidas sob as mesmas condições produzem resultados diferentes são chamadas de aleatórias”. Esse é o caso do Jogo Mega-Duque, visto que os quarenta e cinco elementos do espaço amostral são equiprováveis.

Definimos, então, a Probabilidade Laplaciana como a razão entre o número de elementos do Evento, que podemos representar por A, e o número de elementos do

Espaço Amostral S , da experiência aleatória. Em símbolos, escreve-se $P(A) = n(A)/n(S)$. Definido dessa forma, os jogadores do Jogo Mega-Duque que apostarem em dois números na tabela terão a probabilidade de ganhar dada por $P(A) = 1/45$, que em percentual, corresponde a, aproximadamente, 2,22%.

Para os apostadores de três, quatro e cinco números na tabela, as probabilidades de ganhar no Jogo Mega-Duque são, respectivamente, de $P(B) = 3/45 = 1/15$, aproximadamente 6,66%, $P(C) = 6/45 = 2/15$, aproximadamente 13,33% e $P(D) = 10/45 = 2/9$, aproximadamente 22,22%.

Definimos, também, os conceitos de Evento Nulo e Evento Certo. Porém, para o contexto do Jogo Mega-Duque, estes tipos de eventos não têm sentido prático. O Evento Nulo não se aplica ao Jogo, pois quem participar dele terá que escolher uma aposta em, no mínimo, dois números na tabela e, no máximo, cinco. E, por este último motivo, de as regras do Jogo permitirem a escolha máxima de cinco números a serem marcados na tabela, o evento abrangido pela aposta do jogador que a escolher terá dez elementos. Portanto, não temos Evento Certo no Jogo Mega-Duque.

Após esta introdução dos conceitos envolvidos na probabilidade através do Jogo Mega-Duque, nada impede a introdução de outros exemplos, como os já citados da moeda e dados, para se expandirem os mesmos conceitos já estudados sobre evento e espaço amostral.

Considerações Finais

No presente artigo, nossa intenção foi propor uma maneira alternativa para se introduzirem os conceitos comuns à probabilidade laplaciana. O professor, conhecedor da turma na qual rege suas aulas, terá o papel fundamental de escolher a melhor maneira de abordar cada tema. Uma maneira reconhecidamente bem sucedida nos normativos educacionais é o uso de jogos. Portanto, o Jogo Mega-Duque se coloca como uma boa estratégia para a introdução ao ensino-aprendizagem de Probabilidade.

ABSTRACT

The objective of this work is to present the Mega-Duke Game, and to include it as an alternative way to introduce the content of Laplacian Probability. We also try to highlight the importance that games play in teaching-learning process in the classroom, especially in mathematics.

KEY WORDS

Game; Mega-Duke; Probability; Mathematics.

Referências

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática.** São Paulo: CAEM-IME, USP, 2004. 100 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental – Matemática.** Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 142 p.

GRANDO, R. C. **O Jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** 1995. 159 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

MORGADO, A. C. O.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade: com as soluções dos exercícios.** Rio de Janeiro: SBM, 2004. 343 p.

MORGADO, A. C. O. Probabilidade. In: LIMA, E. L. (Org.). **A matemática do ensino médio.** 6. ed. Rio de Janeiro: SBM 2006. 308 p. Coleção do Professor de Matemática.

SOUKEFF, F. E. B. **Jogo Mega-Duque: uma proposta para o ensino de probabilidade.** 2014. 78 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, 2014.

O Jogo Mega-Duque

1. Regras

- 1.1. O jogo consiste no sorteio de 02 (duas) bolas entre 10 (dez) bolas numeradas de 1 a 10.
- 1.2. Os participantes do sorteio terão a oportunidade de escolherem e marcarem nas tabelas abaixo de duas até cinco numerações.
- 1.3. O valor de cada aposta está representado na tabela a seguir:

Quantidade de números escolhidos	2	3	4	5
Valor da aposta (em reais)	5,00	15,00	30,00	50,00

2. Tabelas para marcação das apostas.

Tabela T-1. Marcação de dois números números

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-6. Marcação de três

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-2. Marcação de dois números números

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-7. Marcação de quatro

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-3. Marcação de dois números números

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-8. Marcação de quatro

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-4. Marcação de três números números

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-9. Marcação de cinco

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-5. Marcação de três números números

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Tabela T-10. Marcação de cinco

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10